
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

<https://books.google.com>



(/3 . B . 45 -

Hindi MohL 1/1

Indian Institute, Oxford.

The Lucknow Sparks Library.

Presented

by

Munshi Nawal Kishore.

M.

Kindi Vijaganita.

Pl. I.

॥ हिन्दी बीजगणित ॥

पहिला भाग

जिसको

पश्चिमोत्तरीय जिलों की पाटशालाओं के विद्यार्थियों के लिये परिषिक्त मोहनलालने अंग्रेजी से

हिन्दी भाषा में उत्तरा किया

अवधदेश के हैरकर आँ पवलिक दन्हुक्षन

श्रीयतविलियम हैएड फ्रोडी साहिव रहदुर

के झक्कम से

स्थान लखनऊ

मतवच्च मुक्ती नवल किशोर में छापा गया

सन् १८८५ई०

॥हिन्दी बीजगणित के प्रथम भागका॥

सूचीपत्र

—००—

शकरणके नाम	पृष्ठ	पंक्ति
परिभाषा	३	१
संकलन	१४	१५
व्यवकलन	२४	३
गुणन	२५	१८
भाग	३८	१२
समस्तमापवर्त्तक	५७	७
लघुस्तमापवर्त्ती	५९	१४
भिन्न	५५	११
भिन्न संकलन और व्यवकलन	५८	११
भिन्न गुणन और भाग	६६	५
कोटि और शृंखल	७५	८
एक घात एक वर्ण समीकरण	८८	२
एक घात एक वर्ण संबन्धी असम	१०२	५
परिभाषा संकलन व्यवकलन आदिसम्बन्धी प्रश्नोंके उत्तर	-	-
	१३१	२

॥ हिन्दी बीज गणित ॥

॥ पहिला भाग ॥

जैसे अंक गणित में संख्याओं के स्थान में १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९ आदि अंक लिखते हैं वैसे ही बीज गणित में संख्याओं के स्थान में अक्षर लिखते हैं इस गणित को बीज गणित - इस लिये कहते हैं कि इससे गणित का मूल मालूम हो जाता है और बीज शब्द का अर्थ मूल है और जैसे पानी - की भाफ से केवल तोड़ की बड़ी भारी नाव हजारों मन माल लाद के गंगा में पवन की नार्दु उड़ी चली जाती है और दूसरी देशी नाव जिसको द्वाय से लीचते हैं उसमें धूएं की नाव की अपेक्षा माल भी बहुत कम सहता है और रेंगती ही जाती है ऐसे ही बीज गणित से बड़े २ कठिन प्रश्न सहज में हो जाते हैं और बहुत रे परन ऐसे हैं जो केवल बीज गणित ही से होते हैं अंक गणित से नाम को भी नहीं होते ही से होते हैं अंक गणित से विवाते हैं ॥

॥प्रश्न ॥

वह राशि कौन सी है कि जिसमें १० जोड़ हैं तो
योग पूर्व राशि से तीन गुना हो जाय ॥

स्पंक गणित जान्ने वाले दो इष्ट राशि की रीति से
दस प्रकार गणित करेंगे ॥

पथम कल्पना करो कि २० राशि है तो २० में १० जोड़ने से ३० हुए और तीन गुने २० हैं ६० इसलिये ६० और ३० में ३० का अन्तर रहा इसरे कल्पना करो कि १० पूर्व राशि हैं तो १० में १० जोड़ने से २० हुए और तीन गुने ९० हैं ३० इसलिये ३० का अन्तर रहा फिर इष्ट राशि की रीति से तीन गुने १० वा ३० में से दस गुने २० वा २०० बढ़ाये तो शेष १० रहे और इस शेष में दोनों अन्तरों के अन्तर का वा २० का भाग देने से ५ पूर्व राशि मिली ॥

बीज के जान्ने वाले इस पथ को इस रीति से करेंगे कल्पना करो कि (य) ५ पूर्व राशि है तो पथ के अनुसार

$$y + 10 = 3y$$

$$\text{इसलिये } 2y = 10 \text{ और } y = 5 \text{ पूर्व राशि हुई}$$

बीज के पढ़ने वालों को चाहिये कि दोनों की रीति से जो उत्तर निकला है उनमें दोस्तों कौन सी रीति छोटी और सुगम है बहुतरे पथ ऐसे हैं कि उनके उत्तर केवल बीज गणित से ही निकलते हैं और स्पंक गणित से वे कि सी रीति पर नहीं निकल सकते हैं इस वात की सत्यता दिखाने के लिये जो यहाँ कोई उदाहरण लिखते हों वह कुछ भी संज्ञना नहीं देता। आगे बीज के पढ़ने से यह वात मालूम होगा।

॥ परिभाषा ॥

राशि शब्द का अर्थ समूह वा ढेर है और इसमें
हर एक बख्तु का परिमाण जाना जाता है कि उह तौलशा
दि में कितनी है वा गिनती में कितनी है इसलिये राशि के
समझने के लिये चंक लिखते हैं जैसे भृत्यों की राशि
का परिमाण गिनती से जाना जाता है और कपड़ों का परि-
माण गजों की तरक्का से जाना जाता है बीज गणित में यक्त
अर्थात् जानी दुई राशि जैसे १० आदमी २० घोड़े आदि
के स्थान में अ०, क०, ग०, आदि अस्तर लिखते हैं और अ-
वक्ता अर्थात् अनजानी दुई राशि के स्थान में जैसे प्रभ
में पढ़ा जाय कितने गज कष्टहा है वा कितने मन नाज
है इसके स्थान में य०, र०, ल०, ब०, आदि अस्तर लिखते हैं
अस्तरों के रखने में गणित सदृज से ओहे में हो जाती है
वयोंकि २२४५६ के स्थान में (प्य) लिख सकते हैं ॥

जोहना घदाना गुणा भाग आदि के चिन्ह लिख
ते हैं + यह चिन्ह जोहने का है इसे धन कहते हैं दृव्य
के इकड़े दोने को धन कहते हैं इसलिये जब यह चिन्ह
दो राशि के बीच में हो तो जानो कि बांदू और की राशि में
दोहनी और भी राशि जोहनी है जैसे अ०+क० अधन क
पहेंगे इसका यह अर्थ है कि श्री राशि में क राशि जोहनी है

और कल्पना करो कि अ राशि ५ के बराबर है और
क राशि ७ के बराबर है तो अ०+क० ५+७ वा १२ के बराबर
होगा और जो (अ० ४) के बराबर हो तो अ०+क०+ग० को
अ० धन क धन ग पढ़ेंगे और वह १३+४ वा १७ के नुस्खा

होगा ॥

घटाने का चिन्ह - इसे ज्ञाण कहते हैं जब धन को अपने पास से दूसरे को अधार देते हैं उस धन को ज्ञाण बोलते हैं ॥

इसलिये जब यद् चिन्ह दो राशि के बीच में होतो जानो कि बांदू और कीरा की राशि में वाहनी और कीरा की राशि घटानी है जैसे ज्ञ-क इसे अज्ञान क पढ़ते हैं और इसका यद् अर्थ है कि ज्ञ राशि में से क राशि घटानी हैं ज्ञ के स्थान में १० रक्षो और (क) के स्थानमें होती ज्ञ-क १०-८ वा ४ के बराबर होगा और जो (ग) २३ के तुल्य होतो ज्ञ-क-ग इसे अज्ञान क ज्ञान म पढ़ेंगे और वह ४-३ वा १ के तुल्य होगा ॥

गुण करने का चिन्ह × इसे मुणित अर्थात् गुणा गया पढ़ते हैं इसलिये जब यद् चिन्ह दो राशि के बीच में होतो जानो कि बांदू और कीरा की राशि वाहनी और कीरा की राशि से गुणी जायगी जैसे अ५ × क इसे अ मुणित क वा क से गुण छुआ ज्ञ पढ़ेंगे और इसका यद् अर्थ है कि (अ) राशि (क) राशि से गुणी गई है जो (अ) को ८ मानो और (क) के ४ तो अ५ क ८×४ वा २४ के तुल्य होगा ॥

और जो (ग) २३ के तुल्य होतो अ५ क ५ ग इसे अ मुणित क गुणित ग पढ़ेंगे और यह २४ × २ वा ४८ के तुल्य है इसी रीति से ३ × य का अर्थ ३ गुणित य है वा तीन य है ॥

× इस चिन्ह के स्थान में बहुधा तेसा एक चिन्ह कर देते हैं वाहन भी चिन्ह नहीं देते और वो राशि के बीच कांदू चिन्ह न होने से यद् समग्र लेते हैं कि वाहनी राशि बांदू राशि

ते शुणी गर्द है जैसे अ \times का अल्प और अक इन सब ते यही जानो कि क राशि अ बार जोड़ी गर्द है वा अ राशि से क. अ-शि शुणी मर्द है से ली ७ अ से ७ बार य जानो ॥

अ \times क \times अ, अ. क. अ क अ इन सब का एक ही अर्थ है और ३ यर से प-ओर र की ३ गुना धातजानो परनु जो दो राशि वा एक अंक और राशि के बीच कोर्द चिन्ह नहीं होता है तो हम उन से दो राशि का धात समझते हैं और पढ़ने में शब्द गणित छोड़ देते हैं ॥

जैसेकोश क और ३ अ को पढ़ने में अ क और ३ अ पढ़ते हैं इसलिये ३ \times अ और ३ \times य वा तीन शुणां य और ३ धनय को एक हीन समझो परनु अंक गणित में जोड़ने का चिन्ह बहुधा नहीं लिखते इसलिये जब तो अंकों के बीच कोर्द चिन्ह नहीं होता है तो हम उनका योग समझते हैं जैसे २ इ का अर्थ २५ इ है और ३३ का अर्थ २० + ३ और दो अक्षर वा एक अंक और एक अक्षर के बीच शुण करने में कोर्द चिन्ह नहीं रखते परनु जब दो अंकों को शुण करना होता है तो उनके बीच \times अव चिन्ह कर देते हैं और यह चिन्ह इसलिये नहीं देते हैं इसके देनेसे दशांश चिन्ह का मान हो सकता है ॥

३ \times क के ४ \times ३ तुल्य है

८ \times ७ के ७ \times ५ तुल्य है

६ \times १० के १० \times ६

५ \times क के क \times ५ ०००००

५ क के क ५ ०००

(६) यिन राशियों के शुण करने से धात मिलता है उनमें से प्रत्येक को धात का शुणक रूप अवयव कहते हैं ॥

जैसे ३५ के ४ और ७ गुणक रूप अवयव हैं कोंकि ४५७
के ३५ तुल्य हैं और ३५ के ३ और ४ गुणक रूप अवयव
हैं और चक्र के अंतर्क गुणक रूप अवयव हैं ॥

ऐसे ही ४५८ का ३२ में ८ और ८ गुणक रूप अवयव
हैं जो राशि दो वा आधिक राशियों के गुण करने से नहीं बन
सकती हो तो उसके गुणक रूप अवयव नहीं होते हैं ॥

जैसे ७, १३, १७० में ७ के १ और अली गुणक रूप अवयव
हैं और १३ में १ और १३ और १३ कोंकि १७ में १ और १७ गुणक रूप
अवयव हैं इनके तिबाय और कोई हो अंक गुणक रूप
अवयव नहीं हैं अक वा क अ राशि में क का गुण अर्थात्
गुणक अहै अ का गुणक क है ॥

जैसे तारे में एक मनुष्य को दूसरे मनुष्य का सामीक-
हते हैं और दूसरे मनुष्य को भी पढ़िले का सामीकहते हैं
३५ में ३ गुणक हैं कोंकि यको ३ गुण करने से बात ३ यके
तुल्य होता है ॥

और ३ यर में यर का ३ गुण है र का ३ य गुण है और
(३र) का (य) गुण है और २(अकग) में (ग) का गुण
गुण है (क) का २ अ ग गुण है अ का २ क ग गुण है और
२अक ग का २ गुण है (म्य) राशि के १ और अ दी गुणक
रूप अवयव हैं दूसरिये अ का गुण १ है ॥

गुण से राशि को गुण करने से यह समझो कि गुणकी जि
तनी संख्या दोगी उतनी बार राशि जोड़ी गई है जैसे ३ यर का
स्पर्श है कि ३बार यर वा ३ यवार अर्थात् र का गुण ३ य है
वा ३३ वा रथ इसमें य का गुण १र है और केवल (म्य)
से जानो कि म्य राशि एक गुनी है दूसरा कारण उसका गुण

द्वे गुणने में ३ य वार का २ अक वार कहना ठीक है क्योंकि वहर एक असर का अर्थ एक राशि वा संख्या है जैसे ३ य र ने जो अ के स्थान में १० रखते तो ३ य ३० के तुल्य होगा और ३ य वार २ ३० र के तुल्य होगा ॥

भाग हेने का चिन्ह ÷ इसको भाजित वा भाग दिया गया पढ़ते हैं और जिन हो गणियों के बीच वह चिन्ह होता है तो जानो कि नांद और की राशि में दाहिने और की राशि का भाग लगा है जैसे अ-क इसे अ भाजित का वा अ में क का भाग पढ़ेंगे ॥

जीर-८ ÷ ४, २ के तुल्य है परन्तु उड़ा इस-चिन्ह को नहीं लिखते क्योंकि $\frac{8}{4}$ भिन्न का यही अर्थ है जो अ-क का है ऐसे ही $\frac{8}{4} - 4$ के तुल्य है क्योंकि दोनों २ के तुल्य हैं ॥

जो (८) परिभाया ऊपर लिखी है उन के अभास के लिये उदाहरण लिखते हैं । जो अ १ के तुल्य हो, क, ३ के और य७ के तो बतलाये कि नीचे जो राशि लिखी हैं वे कौन से अंकों के तुल्य होंगी ॥

॥१अन्यास के लिये उदाहरण ॥

- | | |
|---------------------------------|--------------------|
| (१) अ+क+य | (७) ७अ+२क-३य |
| (२) अ+क-य | (८) ५अ-४क-४य |
| (३) अ-क+य | (९) २अक + ३य |
| (४) अ-क-य | (१०) २अ+५-३कय + १० |
| (५) २अ-य | (११) ७अक-अकय |
| (६) ४अ+३क-२य | (१२) ३अ+कय-यय |
| (१३) ३अय में यका गुण क्या है ॥ | |
| (१४) ६अकय में यका गुण क्या है ॥ | |

- (१५) $\frac{1}{2} \text{अक्षर में कथा गुणकया है}$
- (१६) $2\text{-अ}, 2\text{-अ का}, \text{अ क अ}, 3\text{-अक्षर}, \text{म अ}, \text{मयय},$
 $\text{यअ य, और } \frac{1}{2}\text{अक्षर})$ प्रत्येक राशि के अका गुणकया है ॥
- (१७) $25\text{को ऐसा गुणक क्या है कि जो उससे } 25\text{को गुणा देती थात } 125\text{ हो जाय}$
- (१८) $3+य$ और $3+य$ में क्या अंतर है और कल्पना करो कि y के 10 के और y के तुल्य है ॥
- (१९) $3\text{-अ} + y$ और $3\text{-अ} y$ में क्या अंतर है जब कि y 10 के तुल्य और y 2 के तुल्य है ॥
- जब कि y 10 के तुल्य है और क 3 के तुल्य और 7 के तो बताओ कि
- (२०) $3\text{-अ} y \div 7$ किसके तुल्य है ॥
- (२१) $3\text{-अ} y \div 7$ किसके तुल्य है ॥
- (२२) $\frac{3\text{-अ}+y}{7}$ किसके तुल्य है ॥
- (२३) $\frac{3\text{-अ}}{y}$ किसके तुल्य है ॥
- (२४) $\frac{3\text{-अ}+y}{y}$ किसके तुल्य है ॥
- (२५) $\frac{3\text{-अ}-y}{y}$ किसके तुल्य है ॥
- (२६) $\frac{3\text{-अ}}{y} - 2y - \frac{\text{अक्षर}}{2\text{-अ}}$ किसके तुल्य है ॥
- (२७) $\frac{5\text{-अ}y}{y} - \frac{5\text{-अ}}{y-1\text{-अ}}$ किसके तुल्य है ॥
- (२८) $\frac{3y}{4\text{-अ}-1\text{-अ}} + \frac{4\text{-अ}}{10\text{-अ}-1\text{-अ}}$ किसके तुल्य है ॥
- (२९) $\frac{3\text{-अ}+4\text{-अ}}{3y-\text{अ}-1\text{-अ}} - \frac{\text{अ}-1\text{-अ}}{y-1\text{-अ}}$ किसके तुल्य है ॥
- (३०) $\frac{5\text{-अ}}{1\text{-अ}+y} + \frac{1\text{-अ}}{y-\text{अ}} - \frac{1\text{-अ}}{\text{अ}-1\text{-अ}}$ किसके तुल्य है ॥

जो एक राशि को उसी राशि से कर्द बार गणा करो तो दूसे घा त किया कर्दते हैं दूसके नीचे उदादरण लिखते हैं ॥

$\text{अ} \times \text{अ}$ को अ^2 यों लिखते हैं और उसे (अ)का वर्ग वा अवर्ग वा अ का दूसरा घात कहते हैं ॥

$\text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ}$ को अ^3 यों लिखते हैं ॥

और उसे अ का बन वा अ बन वा अ का तीसरा घात कहते हैं ॥

$\text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ}$ को अ^4 यों लिखते हैं ॥

और उसे अ के वर्ग का वर्ग वा अवर्गवर्ग वा अ का चौथा घात कहते हैं परन्तु याद रखें, जब भी अंकोंका अर्थ एक ही है

और $\text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ}$ में अंतर है जागे पढ़ने से जानोगे कि $\text{अ}, \text{१}$ के तुल्य हैं राशियोंके ऊपर दाढ़नी ज्ञाएं जो $\text{१} \times \text{२} \times \text{३} \times \text{५}$ आदि अंक लिखे जाते हैं उन्हें घात मापक कहते हैं जोकि उन से राशियोंके घात का प्रमाण जान पड़ता है ॥

$\text{अ} + \text{अ}$ को 2अ यों लिखते हैं $\text{अ} \times \text{अ}$ को अ^2 लिखते हैं ॥

जो $\text{अ}, \text{४}$ के तुल्य होती 2अ , ८ के तुल्य होगा ॥

और $\text{अ}, \text{१६}$ के तुल्य और यह भी याद रखें कि 2अ^2 का अर्थ अवर्ग होना है और न कि 2अ का वर्ग ॥

१० घात किया से उलटी मूलकिया होती है दूसरे बह स्तु राशि निकल जाती है जिसमें घात किया छुर्ह हो । जैसे एक राशि का वर्ग मूल उस राशि को कहते हैं जिसका वर्ग इह राशि के तुल्य हो ऐसे ही किसी एक राशि का घन मूल उस राशि को कहते हैं जिसका घन इष्ट राशि के तुल्य हो ॥

८ का वर्ग मूल 2 है क्योंकि 2 का वर्ग वा 2×2 , 4 के तुल्य हैं 2^2 का 2 घन मूल है उसका घन वा $2 \times 2 \times 2 = 8$ के है

त्य है ऐसे ही स्यै का वर्गमूल (स्य) है क्योंकि स्य + स्य, स्यै के तुल्य है स्यै का बनमूल (स्य) है क्योंकि स्य + स्य + स्य, स्यै के तुल्य है वर्गमूल का चिन्ह ३ — वा केवल ३ — है बनमूल का चिन्ह ३ — है ॥

बहुधा वर्गमूल का चिन्ह यह ३ — लिखा जाता है परन्तु ३ — यह चिन्ह रीढ़ है जैसे जब ३ स्य लिखा है तो स्य का वर्गमूल जानो ॥

जिस रीति से स्य + स्य को २ स्य लिखते हैं उसी तरह ३ स्य + ३ स्य इसे स्य का वर्गमूल दूना जानो ॥

इसे ३ स्य यों लिखते हैं और २ गुणा स्य का वर्गमूल पढ़ते हैं ३ स्य के इस का अर्थ (स्य) गुना (क) का वर्गमूल है

३ स्य के इसका अर्थ स्य धन का वा स्य और क के योग का वर्गमूल और जिस दण्डिकामूल निकालना हो उस संपूर्ण दण्डिका के ऊपर मूल के चिन्ह ३ — के ऊपर का भाग बढ़ाकर - सीधे दो जो स्य के स्थान में १६ लिखें और क के स्थान में द लौ ३ स्य के ऊपर का अर्थ होगा स्य + क का वर्गमूल है ॥

परन्तु ३ स्य इसका अर्थ यह है कि स्य के वर्गमूल में क का भाग लगा ॥

॥२ श्यभास के लिये उदाहरण ॥

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| (१) श्यैकैग | (५) १२श्यैकै+२० श्यैकै-२ कैग |
| (२) १३श्यै+३ कै-४ ग | कै श्यै ग |
| (३) ५ श्यैकै-२३ कै+३ ग | श्यै + कै - श्यै |
| (४) श्यैकै+कैग | |

- (७) $\sqrt{स्कौर स्कौर}$ (८) $\sqrt{स्कौर} + \text{नकौर} - \text{चगौर}$
 $\sqrt{\text{इग}} - \sqrt{\text{एकग}}$
- (९) $\sqrt{२} \text{ क } - \sqrt{४} \text{ ग}$ (१०) $\sqrt{८} \text{ क } - \sqrt{४} \text{ कग}$
- (११) $\text{स्कौर} + \sqrt{४} \text{ ज } - \sqrt{४} \text{ कग} + \sqrt{२} \text{ इगौर}$
- (१२) $\sqrt{४} \text{ ग} + \text{नकौर} - \sqrt{२} \text{ क } - \sqrt{४} \text{ ज } (१३) \sqrt{८} \text{ क } + \text{ने} \sqrt{५} \text{ कग } - \text{प} \sqrt{४} \text{ ज }$
- (१४) $\sqrt{४} \text{ ग } + \sqrt{४} \text{ क } - \sqrt{२} \text{ ग }$
- (१५) $\sqrt{५} \text{ क } + \text{ग } - \text{स्कौर} - \sqrt{४} \text{ इकग }$
- (१६) $\sqrt{४} \text{ स } + \sqrt{२} \text{ ग } + \sqrt{५} \text{ कग } - ४ \sqrt{५} \text{ क } - \sqrt{४} \text{ क } - \text{स्कौर}$
- (१७) जो स्कौर २ के तुल्य होतौ २ स्कौर और स्कौर में क्या अन्तर होगा ॥
- (१८) जो य ; १०० के तुल्य होतौ $\sqrt{२} \text{ ग}$ और $\sqrt{२} \text{ ग}$ में क्या अन्तर होगा ॥
- (१९) जो य ; ६४ के तुल्य होतौ $\sqrt{२} \text{ ग}$ और $\sqrt{२} \text{ ग}$ में क्या अन्तर होगा ॥
- (२०) जो स्कौर , १ के तुल्य होन्हो क न के तुल्य तो $\sqrt{४} \text{ ज } + \text{क}$ और $\sqrt{४} \text{ ज } + \text{क}$ में क्या अन्तर रखा होगा ॥
- (२१) जो स्कौर , १६ के तुल्य हो स्कौर क , ४ के तुल्य तो $\sqrt{४} \text{ ज } + \text{क}$ और $\sqrt{४} \text{ ज } + \text{क}$ में क्या अन्तर होगा ॥
- ११ = इस अंक की तुल्य है पढ़ते हैं ॥
जैसे $२ + ४ = ६$ स्कौर + य = क इसे सधान य तुल्य है क के यों पढ़ते हैं और इसका अर्थ यह है कि स्कौर य का योग क के तुल्य है
- $$८ \div ४ = २ \text{ और } \sqrt{८} \div \sqrt{४} = २$$

< इस चिन्ह को छोटा है पढ़ते हैं ॥

जैसे ज्यैक क दूस का अर्थ यह है कि अ, क से छोटा है ॥

इस चिन्ह का इसलिये पढ़ते हैं ॥

इस चिन्ह को क्योंकि पढ़ते हैं ॥

१३ जब कि एक राशि के बावें खंड हों और उनके साहिनी और धन ज्ञाण चिन्ह लगे होंतो हरएक खण्ड का पढ़ता है और राशि के जितने खंड हों उनने ही पद की राशि कहानेगी । जैसे ज्यैराशि एक पद की है उसे ही रजा, रमेश, राम, राम के ग, ये एक पद की राशि हैं और अन्त में पद की राशि है ॥

(१३) किसी एक पद की राशि के बावें और धन चिन्ह हो उसे स्तुष्ट राशि कहते हैं ॥

और जो किसी एक पद की राशि के बावें और ज्ञान चिन्ह हो उसे स्तुष्ट राशि कहते हैं ॥

ज्योंकि ०४ (४) वा +४ वा त्रृष्ण एक ही अर्थ इसलिये जो एक पद की राशि के बावें और +वा - का चिन्ह नहो तो उसे धन राशि कहते हैं ॥

जो एक राशि कई पदों की हो और उसके धन पदों का योग ज्ञान पदों के योग से अधिक हो वा कम हो तो संपूर्ण राशि भी धन होगी वा ज्ञान ॥

जैसे कोई गोपारी देखा चाहता है कि नेरे पास कितना धन है तो पहिले वह अपने पास जो कुछ रूपया होगा उसे गिनेगा और कल्पना करे कि उसके पास का धन अ है फिर जो कुछ उसने रूपया और आदमियों को जधार

दिया हो उसे गिनेगा और मानो कि उसे उधार में कं रुपये लेने हैं तो उसके पास संपूर्ण धन $\text{अ} + \text{क}$ क होगा परन्तु उसे कुछ रुपया देना भी है और वे संपूर्ण धन से कम हैं और उसका मान - ग आनो सो बौपारी के पास शेष धन ले देके $\text{अ} + \text{क} - \text{ग}$ बचेगा और जो संपूर्ण धन से अधिक रुपये देने होंगे तो उस के पास कुछ न बचेगा परन्तु जितना कि रुपया धन से अधिक होगा उतना शेष रहेगा उसे और उकाना होगा और पाद रखते कि जबके बल राशि के चिन्ह का बर्णन हो नो + वा - चिन्ह जानो और ममता कि राशि धन है वा रहेगा ॥

॥ अथ ॥

(१) बीज गणित किसे कहते हैं और उसका प्रयोजन क्या है ॥

(२) राशि का व्याख्या अर्थ है ॥

(३) बीज गणित में राशियों के स्थान में राशिरकों लिखते हैं ॥

(४) $\text{अ} + \text{क}$, $\text{अ} \times \text{क}$ के दसका क्या अर्थ है क्या $2 + 5$ इसका पहला अर्थ देकि दो में पान जोहे जायगे ॥

(५) अंक गणित में 23 का क्या अर्थ है और बीज गणित में अंक इसका क्या अर्थ है ॥

(६) कैसी राशि के स्थान में 2अ लिखा है इस और $3\text{अ}-\text{क}$ द्वारा कौनसी राशि बढ़ी है ॥

(७) जो $\text{अ}, \text{क}$ के तुल्य हो के 2 के तुल्य और 3अ के तुल्य तो बताएं कि अ के ग, 2अ के तुल्य होगा वा नहीं और जो उसके तुल्य न हो तो कितने अंक के तुल्य होगा ॥

(८) अंक गणित में $5 \frac{1}{2}$ इसका क्या अर्थ है और जो

बीज गणित मे इन के दूसरा क्या अर्थ है॥

(८) धन एवं वार्षिक व्यय के अद्यतार + यह सका क्या अर्थ है॥

(९) एक राशि के गुणक रूप अवयव ६, ८ और ७ हैं तो वे दोनों राशि एक हैं वा नहीं एक हैं तो क्या हैं और चतुर्थो कि वह कौन सी राशि हैं जिसके वे गुणक रूप अवयव हैं क्या अक्षक ग इसका अक्षक गुणक रूप अवयव हैं अक्षक ग जो अक्षर लिखे हैं उनमें प्रत्येक द्वे अक्षर के बीच में कोन सा चिन्ह लगता है और दो अक्षरों के पास होने से उनका क्या अर्थ होता है॥

(१०) लिखो कि अक्षक - ग शब्द से अक्षक चूण ग इसका क्या अर्थ है॥

(११) लिखो कि २ अक्षक + ३ शब्द से हो अक्षक धन ३ इसका क्या अर्थ है॥

॥संकलन वा जोड़ना॥

जिन राशियों के कोष्टक अक्षक गुणक भिन्न हैं तो उन राशियों को सजातीय राशि कहते हैं॥

जैसे ४ अ, ७ अ, १० अ, समान जाति की राशि ऐसेही ३ अक्षक, ६ अक्षक, समान जाति की राशि हैं और अपूर्ण ये भी समान जाति की राशि हैं॥

जिन राशियों के भिन्न अक्षर होते हैं उन्हें विजातीय राशि कहते हैं॥

जैसे अ, क, ये विजातीय राशि हैं और १०, ३, ४ य,

यह भी विजातीय राशि हैं तो ही अ, क, अ॑, क॑, अ॒, क॒ के विजातीय राशि हैं ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) ५ अ-३ क, ४ अ॑+७ क-८ अ-५ क दूसरे से सजातीय राशि एक और इकही करो और उनके बिन्दु भी ज्योंके त्वां रख दो ॥

+ ५ अ	- ३ क	उत्तर लंब रूप रेखा के एक एक ओर की
+ ४ अ	+ ७ क	राशि सजातीय हैं और दोनों ओर की
- ८ अ	- ५ क	राशि नियकर विजातीय हैं ॥

(२) अ॑+३ अ॒ क॑+३ अ॑ क॒+३ अ॒+२ क॑+५ अ॒ क॑-८ अ॑-५ अ॒ क॑-क॑ दूसरे से सजातीय राशियों को अपने बिन्दु सहित एक स्थान में छाकही करो ॥

+ अ॑	+ ३ अ॒ क॑	+ ३ अ॑ क॒	- ८ अ॑ ग	+ २ क॑
+ अ॑	- अ॒ क॑	+ ५ अ॒ क॑	- क॑	

(३) २ अ॑-३ क॑+७ क॒ग॑ग-५ अ॑क॑ग+२ य॑र-३ य॑+५ क॑+७ क॒ग॑-८ अ॑-२ क॑+६ क॑+१० अ॑-५ य॑-४ य॑+५ अ॑क॑ग-२ क॑ग+४ अ॑-क॑-३ ग॑ दूसरे से समानजातीय राशियों को अपने बिन्दु सहित छाकही करो ॥

+२ अ॑ - ३ क॑	+७ क॒ग॑	+ क॑ग॑	- ५ अ॑क॑ग
-८ अ॑ + २ क॑	-२ क॑ग॑	+७ क॒ग॑	+ अ॑क॑ग॑
+१० अ॑ - क॑			
+२ य॑र - ३ य॑	+५ क॑	+ ग॑	
- य॑र - ५ य॑	+२ क॑	- ३ ग॑	
+ य॑			

॥ ५ सजातीय राशियों के जोड़ने की रीति ॥
 पथम जब जिन राशियों का योग करना हो उनके बाईं और एक से चिन्ह हों जाहें वे सब धन हों वा दृण हों तो उन के योग करने की यह रीति है कि सब गुणक अंकों का योग करो उसे नया गुणक मानो और उस के बाईं और सजातीय राशि का चिन्ह लिखकर उस गुणक के दाहिनी ओर राशि के अस्तर लिखदे ॥

जैसे ५ अ में ४ अ जोड़ने से ८ अ होते हैं जो कि ५ अ का सर्व ५ गुना अ वा अ + अ + अ + अ + है और ऐसे ही ४ अ का सर्व ४ गुना (अ) वा अ + अ + अ + अ है इसलिये ५ अ में ४ जोड़ने से ८ गुना (अ) होता है वा ८ (अ) दृष्टि

- २ क इसका यह सर्व है कि २ क घटाना है और ऐसे ही - ३ (क) इसका सर्व यह है कि ३ क घटाना है इस लिये - २ क में - ३ क जोड़ने से योग - ५ क के तुल्य है और उसका सर्व है कि ५ क घटाना है ॥

दूसरे जिन राशियों का योग करना हो उनके चिन्ह - भिन्न हों वा कई राशि के चिन्ह धन हों और कई राशियों के चिन्ह दृण हों तो धन गुणक अंकों का योग करो और दृण गुणक अंकों का भी योग करो और वह योग में से - दोनों योग घटा कर प्रेषके दाहिनी ओर सजातीय राशि के अस्तर लिखदे इस संभूण राशि के बाईं ओर बड़े योग का चिन्ह करदे जैसे ५ अ वा + ५ अ में - २ अ जोड़ना होतो योग + १ अ के तुल्य होगा क्योंकि + ५ (अ) का सर्व यह है ५ अ जोड़ना है और - २ अ का सर्व यह है कि - २ अ घटाना है दोनों को मिलाने से योग (अ) के तुल्य हुआ ॥

३ स्थ - २ स्थ - ५ स्थ और + १० स्थ को जोड़ना हो तो उनमें १३ स्थ धन हैं और ७ (स्थ) शरण इसलिये योग + ६ (स्थ) के असम्म हैं ॥

- ३ रुप्य, ५ रुप्य, ५ रुप्य और - १० रुप्य को जोड़े उनमें उनका धन है और १३ रुप्य सूणा है इसलिये धोग - ६ रुप्य के तुल्य है

॥ जोड़ने के उदाहरण नीचे लिखते हैं ॥

२प	२अक	-५अ	- अक
४थ	५अक	-६अ	-५अक
७प	२अक	-३अ	-३अक
प	८अक	- अ	-२अक

योग १४ अ	१० अक्षका	- १४ अ	- ११ अक्षका
४ अ	३ यर	३ अ	१५ अक्षका
- ७ अ	७ यर	२ अ	- ६ अक्षका
५ अ	- ८ यर	- ६ अ	- ५ अक्षका
- अ	- यर	७ अ	- ८ अक्षका
अ	+५ यर	- ४ अ	- ३ अक्षका
१० अ	यर	- ५ अ	- १ अक्षका
- ६ अ	- ८ यर	१० अ	१० अक्षका

योग-६३ ७ ९ च० - ४ क०
तीसरे जब हो गा अधिक पत्तों की राशियों का यो
ग करना हो तो सजातीय राशियोंका योग व्यवहरण
काल हो और इनको अपने २ चिह्न तहित एक सीध

में रखदो वही उत्तर हो पाजै से २ अ + ३ को ४ अ + ५ क में जोड़ना है तो २ अ को ३ अ में जाड़ा तो योग ५ अ दृश्या और + ३ क को + ४ क में जोड़ा तो योग + ७ क दृश्या दूसरिये संपूर्ण योग ५ अ + ७ क के तुल्य दृश्या ॥

ऐसे ही जो २ अ - ४ क को २ अ + ३ क में जोड़ना हो तो २ अ और ३ अ मिलके ५ अ दृश्या और - ४ क और + ३ क मिलके - क के तुल्य है दूसरिये योग ५ अ - क दृश्या ॥

२ अ + ३ क का केवल यही अर्थ है कि २ अ में ३ क जोड़ना है ऐसे ही ३ अ + ४ क का भी यही अर्थ है कि ३ अ में ४ क जोड़ना है दूसरिये जब हम कहें कि २ अ + ३ क और ३ अ + ४ क दूनको जोड़ लाओ तो दूसरका यह अर्थ साधारण समझा कि २ अ, ३ क, ३ अ, और ४ क को जोड़ना है ॥

अंक गणित में भी जब उच्च जाति और हीनजाति की राशि जोड़नी होती दै तो उच्च जाति की राशियों को अलग जोड़ लेते हैं और हीन जाति की राशियों को अलग जैसे पादयों में पार्द जोड़ते हैं और ज्ञाने में ज्ञाने और रूपयों में रूपये ॥

॥उदाहरण ॥

(१) ५ अ - ३ क और ४ अ - ७ क दूनका योग बताओ	५ अ में ४ अ जोड़ा तो ८ अ
५ अ - ३ क	भया और ३ क घटाने हैं और ७ क
४ अ - ७ क	भी घटाने हैं दूसरिये सब १० क
योग = ८ अ - १० क	

बदाने हैं वा - १० क।।

(३) ५४ - ३ क और ४ अ + ७ क इनका योग निकालो
५ अ - ३ क ५ अ मेरे जोड़ने से योग ८ अ हुआ
४ अ + ७ क जो और ७ क धन में से ३ क घटा नि-
योग = ८ अ + ४ क कालातो शेष + ४ क रहा ॥

(४) ५ अ - ३ क, ४ अ + ७ क जोड़ - ५ अ - ५ क इन
का योग करो ॥

५ अ - ३ क यहाँ ८ अ धन है और ८ (अ)
४ अ + ७ क घटा इसलिये १ अ वाच धन रहा
-५ अ - ५ क और ७ क धन है और ८ क घटा
योग = -५ - क इसलिये १ क वा क घटा रहा ॥

(५) ३ अ + ४ कग - ३ + १०, -५ अ + ६ कग + २ अ
- २५ और -४ अ - ८ कग - १० अ + ३१ इन का योग
करो

॥सजातीय शशियों को एक दूसरे के नीचे रखो
३ अ + ४ कग - ८ + १० सजातीय शशियों की पहिली
-५ अ + ६ कग + २ अ - २५ वल्ली में ३ अ धन है ८ अ
-४ अ - ८ कग - १५ + ३१ घटा इसलिये ८ अ रहा
योग = -६ अ + कग - ८ अ + १६ या वा - ८ अ रहा और
दूसरी वल्ली में १० कग धन है और ८ कग घटा है इस
में १ कग वाकग धन वा + कग रहा तीसरी वल्ली में
२ अ धन है और ११ अ घटा है इस में ८ धन -८ अ
रहा और चौथी वल्ली में ३१ धन है और १५ घटा इस में
१६ धन वा + १६ रहा ॥

८ सजातीय शशियों के योग करने की रीति ॥

भिन्न जाति की राशियों के योग करने में यही अर्थ समझे कि राशियों को अपने २ चिन्ह सहित एक सीधे में लिखवादो जैसे अ- क, ग-घ, और च इनका अ- क + ग-घ+च योग हुआ ॥

- इस का अर्थ यही है कि सब राशि इकट्ठी हैं और यह याद रखतों कि अ + क इस का अर्थ है कि अ में क जोड़ना है और यह न समझो कि अ ने क जुड़ा हुआ है क्योंकि उन तक अ और क इनके मान वा संरचना मात्रम होंगी तब तक अ और क इनका योग नहीं हो सकता ॥

जैसा कोई कहे कि १० मन और ३ सेर पाँच छठाँक का योग क्या है तो उन्हें एक पंक्ति में इस रीति से लिखेंगे मन १०, सेर ३ छठाँक ५ और जो कोई पूछे कि एक कम है १० लड़के हैं और दूसरे में ५ हैं तो उनका योग क्या होगा १५ लड़कों को किंवदं वे एक ही जाति के हैं इसलिये उन्हें जोड़ देंगे परंतु एक हाते में ३ बैल और दूसरे में पाँच घोड़े हैं तो उनका योग क्या होगा तो उन्हें अलग २ करके ही बतावेंगे कि ३ बैल हैं और ५ घोड़े हैं यही उनका जोड़ है क्योंकि उन को जोड़ कर ८ घोड़े वा ८ बैल न बतावेंगे क्योंकि वे विजातीय राशियों का योग करना होता है उन्हें अपने चिन्हों समेत एक पंक्ति में लिख देते हैं और उसे ही उन राशियों का योग समझते हैं ॥

(१७) जिन राशियों का योग करना हो उन में स मान जाति और भिन्न जाति की राशि हो तो १५ प्रकाम के अनुसार सजा तीय राशि का योग करके उसके बाहिनी और विजातीय

राशियों को जपने विन्दु सहित रख दो ॥

(१८) और इसकी बुद्धि चिंता न ही कि योग में श्लोकों की जिस कम से एक वे परंतु उनके विन्दु में कुछ अंतर मिहड़े और बहुधा योग के अस्तरों को वर्णों के कम से लिखते हैं ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) अ + ३ क - ग, अ - ५ घ + २ ग और य + र + ३ घ
इनका योग करो ॥

अ + २ क - ग

अ - ५ घ + २ ग

+ ३ घ + य + र

अ और र ल सजातीय राशियहैं

- ५ घ और + ३ घ तथा } योग = २ अ + २ क + ग - २ घ + य + र

- ग और + ३ ग तथा

और शेष राशि विजातीय हैं

(२) ३ अ - क ग, २ क - अ ग, ४ ग - अ क और अ +
क - ग इनका योग करो ॥

३ अ - क ग

२ क - अ ग

४ ग - अ क

अ + क - ग

३ अ और अ

सजातीय हैं

२ क और + क तथा

४ ग और - ग तथा

और शेष राशि

विजातीय हैं ॥

योग = ४ अ + १ क + ३ ग - अ क - अ ग - क ग

(३) य - १ य + २ और र + ३ इनका योग करो ॥

$$\begin{aligned}
 & - २ + ३, और + १ सजातीय हैं & ८ - १ \\
 & और शेष राशि विजातीय हैं & १ + २ \\
 & & २ + ३ \\
 & & योग = ४ + ८ - १ + २ + ४
 \end{aligned}$$

(१८) सजातीय और विजातीय राशियों के योग करने के लिये जो रीति लिखी हैं वे एक गणित में जो योग करने की रीति लिखी हैं उनसे मिलती हैं जैसे जब हम को ३ सौ और ४ सौ जोड़ने होते हैं तो हम हन सजातीय राशियों के एए ३ और ४ के योग वा ७ के बाइंशोर सौ लिख देते हैं हस्तिये योग ७ सौ के तुल्य हुआ ॥

हमें ३ सौ कड़े ५ दहाई ६ दकाई इन विजातीय राशियों का योग करना होते उनको केवल एक सीधे में लिख सकते हैं ॥

जैसे ३ सौ कड़े + ५ दहाई + ६ दकाई वा सूख्य रीति से ३५६ यों लिखेंगे ॥

॥३॥ अभ्यास के लिये प्रश्न लिखते हैं ॥

(१) अ+क, अ+क हन को जोड़ो ।

(२) अ+क और अ-क हन को जोड़ो ।

(३) अ-क और अ-क हन को जोड़ो ।

(४) अ-क + ग और अ+क - ग हन को जोड़ो ।

(५) अ-क + ग और अ+क + ग हन को जोड़ो ।

(६) १ - २ + ३ न और ३ - २ ल हन को जोड़ो ।

(७) ५ + ३ और ३ - ४ ।

- (८) १वर-२व और वर+द्य।
- (९) ५प-३व+१ज्ञौर७-३प इन को जोड़ो।
- (१०) ५ञ्चक-२कम और अक+कम
- (११) ८मन+म और १-न-७मन
- (१२) २ञ्चय+३कर और अय-कर
- (१३) ३ञ्च+३क+४ग और ३ञ्च-३क+ग
- (१४) पर+य-७ और उपर-२य+३
- (१५) प+व-पव और २पव-३प+२व
- (१६) प+२पव+व और प-२पव+व
- (१७) ७ञ्चक-५ञ्चग+१ज्ञौरञ्चक+६ञ्चग-२
- (१८) ७य-८र-१-३८-प+र-२य+३२द्यौर८प+८८
- (१९) च-ञ्च,-द-ञ्च,७ञ्च-१-ञ्च-१ज्ञौर८त्ति+ञ्च
- (२०) अ-३क+३ग-घ और अ+३क+३ग+घ
- (२१) ८य-८र-७ और ३ल-८य+६ म+७
- (२२) अ+२ञ्चक+क और ३ञ्च-ञ्चक-३क
- (२३) ३य-८य+५, २य-३य और ४-य-३य
- (२४) अग+कघ, कघ-गघ और अग+गघ
- (२५) अय-कर+यर और अय-य-कर-र
- (२६) य-२ञ्चय+ञ्चय, य+३ञ्चय और २ञ्च-ञ्चय
- (२७) अ-३ञ्चक, ३क उक+ग, अक और क और ३ञ्चक इन का योग करो ॥
- (२८) ४प्तुय+३यर, ३प्तुय-यर+र और मव+न र इन का योग करो ॥
- (२९) ४ञ्चैर४ञ्चयर-३ञ्चय+३य और ४मैर४ञ्चयर+ञ्चय-य ॥

(३०) अध+कध-अध, $\frac{1}{2}$ अध ई कध और ई अ क
+२ अध - अग ॥

॥ अब कालन वा घटाना ॥

(२६) एक राशि में से दूसरी राशि के घटाने की रीति ॥

प्रथम जो राशि सजातीय हों और उन के चिन्ह भी एक से हों अर्थात् सब धन हों वा क्षण तो उन राशियों के अंतर निकालने की बदू रीति है कि उन के गुण का अंतर निकाल के बांसके बांह और सजातीय राशियों का चिन्ह करदे और उनके असर उस के दाहिनी ओर लिखदे जैसे ५ अ में से २ अ घटाओ योंकि $5\text{-}2 = 3$ अ + २ अ दूसरिये पर
में से २ अ वा +२ अ निकाला तो शेष ३ अ रहा ॥

- ५ अ ने से - २ अ घटाओ योंकि - ५ अ = ३ अ - २ अ दूसरिये - ५ अ में से - २ अ निकाला तो शेष - ३ अ रहा

दूसरे जो राशि सजातीय हों परन्तु चिन्ह मिल हों अर्थात् एक राशि धन हो और दूसरी क्षण तो उनके अंतर निकालने की यह रीति है कि राशियों के गुण का योग करके उसके बांह और उस राशि का चिन्ह करवे जिसमें दूसरी राशि घटानी हो और उस के दाहिनी ओर सजातीय राशि के असर लिखदे । जैसे - ५ अ में से +२ अ घटाओ दूसरों - ५ अ - २ अ योंलिखवेंगे और इसका अद्वी अर्थ है कि अ राशि ५ बार और २ बार वा ७ बार घटानी हो दूसे - ७ अ योंलिखते हैं ॥

५ अ में से - २ अ घटाओ योंकि ५ अ = ३ अ - २ अ दूसरिये ५ अ में से - २ अ निकाला तो शेष ३ अ रहा ॥

तीसरे जो राशि विजाती यहों तो उन का अंतर निकालना
यद्दी है कि उन राशियों को चिन्ह महित एक सीधे बेंलिख
दो जैसे अ में से क घटा ज्यो तो आ - क यों लिखते हैं

अ में से - क घटा ज्यो क्योंकि अ = अ + क्र - क इसलिये
अ में से - क निकाला तो शेष अ + करहा ॥

॥ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन्हें दृक हाकरतो ॥
लिखा

५ अ में से २ अवा + २ अ	घटाया तो शेष + ३ अ रहा
- ५ अ में से - २ अ	घटाया तो शेष - ३ अ रहा
- ५ अ में से २ अवा + २ अ	घटाया तो शेष - ७ अ रहा
+ ५ अ में से - ३ अ	घटाया तो शेष + २ अ रहा
अवा + अ में से करा + क	घटाया तो शेष अ - क रहा
अवा + अ में से - क	घटाया तो शेष अ + करहा

ऐसे ही और उदाहरण करने से यह जान पड़ता है कि
नीचे जो राशि लिखी हैं वह घटाने के सब प्रश्न के लिये अ
वश्य होगी

॥रीति ॥

जिस राशि को घटाना हो उसका चिन्ह बदल दो अर्था
त जो उसका चिन्ह + धन हो तो उसके स्थान में - छूए
चिन्ह करदो ॥

जौर जो उसका चिन्ह - होतो उसके स्थान में + ध
न रखदो जौर फिर योग करने की रीति से उन्नर निकालो

॥उदाहरण ॥

(१) अ से	(२) ७ अ से	(३) अ से
अ घटा ज्यो	६ अ निकालो	अ घटा ज्यो
अंतर - २ अ	अ	०

(४) ३ अ से	(५) ७ अ से	(६) अ से
- अ घटाओ	- ६ अ घटाओ	- अ घटाओ
<u>अंतर = ४ अ</u>	<u>१३ अ</u>	<u>२ अ</u>
(७) - १ अ से	(८) - ७ अ से	(९) - अ से
अ घटाओ	+ ६ अ	अ घटाओ
<u>अंतर = -४ अ</u>	<u>- १३ अ</u>	<u>- २ अ</u>
(१०) - १ अ से	(११) - ७ अ से	(१२) - अ से
- अ घटाओ	- ६ अ	- ८ अ घटाओ
<u>अंतर = -२ अ</u>	<u>- अ</u>	<u>०</u>
(१३) - अ+क से	(१४) अ-क से	(१५) र+अय से
- अ-क घटाओ	अ+क	र-अय घटाओ
<u>अंतर = -२ अ + २ क</u>	<u>- २ क</u>	<u>२ अय</u>
(१६) ३ अ - ४ क + द्वग से	(१७) ७ अ - २ क + ४ ग - ३ अ - २ क + द्वग	(१८) ६ अ - ६ क + ४ ग - १
<u>अंतर = २ अ - २ क - ३ ग</u>	<u>अ+५ क - १</u>	<u>२ अय</u>
(१९) ३ अ - ८ अ क - अ ग + ५ से		
५ अ - ८ अ क - २ अ ग - १		
<u>अंतर = -३ अ + २ अ क + अ ग + ८</u>		
(२०) ३ अ - ८ अ क - ३ ग - १	(२१) ५ अ - ५ अ र + ८ ३ अ - ५ अ क - ७ ग	(२२) - अ + ५ अ र + ३ अ
<u>अंतर = -३ अ + ८ अ क + ४ ग</u>	<u>अंतर = ६ अ - ५ अ र - १ अ</u>	<u>३ अ</u>

$$(13) \frac{भ+व-५क-५ग}{प+२क-५ग} = \frac{(१३) व-३प+द्वय-१०}{प-४प+८प-८}$$

$$\text{अंतर} = \frac{भ-७क}{प-२क} \quad \text{अंतर} = \frac{व-२प-१}{प-४प+८प-८}$$

$$(14) \frac{भ+१\frac{1}{2}क+१}{\frac{१}{2}भ+\frac{१}{2}क+\frac{१}{2}} = (15) \frac{\frac{३}{२}प-५\frac{1}{2}पर+\frac{३}{२}प}{\frac{३}{२}प-५\frac{1}{2}पर-\frac{१}{2}प}$$

$$\text{अंतर} = \frac{\frac{१}{2}भ-\frac{१}{2}क+\frac{१}{2}}{प-पर+१\frac{1}{2}प} \quad \text{अंतर} = \frac{प-पर+१\frac{1}{2}प}{\frac{३}{२}प-५\frac{1}{2}पर-\frac{१}{2}प}$$

(१०) क्योंकि भ+क में भ-क जोड़ने से योग रखके हु-
त्यहै और भ+क में से २भ+क घटाने से अंतर (भ-क) को
तुल्य है इससे यह बात निकलती हो कि किसी होराशी के
के अंतर में उनका योग जोड़ा जाय तो वह योग हो गयी है।
राशि के तुल्य होगा और जो अंतर को योग में से घटाने तो
योग हो गयी होती राशि के तुल्य होगा ॥

इस रीति से नीचे जो प्रश्न लिखे हैं उन के उत्तर निकल
जाते हैं यही रीति लीली बती में भी लिखी है उसे संक्षम
ए कहते हैं परन्तु लीला बती पढ़ने वाले स्तोत्र उस ग-
णित का मूल ऐसा नहीं समझते जैसा बीज गणित पढ़ने
वाले जानते हैं इसका और अभी ऊपर स्पष्ट लिखते हैं ॥

॥ षष्ठि ॥

ये संख्याओं का योग १०० है और उनका अंतर
५० है तो बताएँ कि वे संख्या कौन की हैं ॥

दृगुनी बड़ी राशि = १०० + ५० = १५०

इस लिये बड़ी राशि = ७५

और दोनों राशियों का अंतर = ५० है ॥

इसलिये छोटी राशि = ७५ - ५० = २५

इस कारण ७५ और २५ दोनों राशि हैं

(३) एक उम्र और स्त्री की अवस्था मिलकर ७७ वर्ष की है उनमें उम्र की अवस्था स्त्री की अवस्था से ७ वर्ष अधिक है तो बताओ कि हर एक की अवस्था क्या है ॥

बड़े उम्र की दुगुनी अवस्था = ७७ + ७ = ८४

इसलिये बड़े उम्र की अवस्था = ४२ वर्ष

और इस कारण दूसरे की उम्र = ४२ - ७ = ३५ वर्ष

(४) $\frac{1}{2}$ के तेसी दो खंड करो कि एक खंड दूसरे खंड से $\frac{1}{2}$ के तुल्य बढ़ा है ॥

दोनों खंडों का योग = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

दोनों खंडों का अन्तर = $\frac{1}{2}$

दोगुना बढ़ा खंड = $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

इसलिये बड़ा खंड = $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

तेसी दो गुना छोटा खंड = $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

इसलिये छोटा खंड = $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

इस कारण दोनों खंड $\frac{1}{8}$ और $\frac{1}{4}$ हैं ॥

॥ अभ्यास के लिये

उदाहरण ॥

(५) अंते क - प वटाओ ॥

- (३) अ+क-ग- घ से अ-क+ग-घ घटाओ ॥
- (४) द्वय-क-ग से अ-क+र्य घटाओ ॥
- (५) अ+य-५क-५ग से य+२क-५ग घटाओ ॥
- (६) ३य+२र-५ल से २य+३र+४ल बढाओ ॥
- (७) २अय+कर-ग से अय-कर+ग घटाओ ॥
- (८) ३कग-अक+असे रकग+अक-अ घटाओ ॥
- (९) यर+यै+रै से यर-यै+रै ॥
- (१०) २मन+५म-३न से मन+म+न ॥
- (११) -२यर+मय-पर से -३यर-२मय-पर ॥
- (१२) ५अकग-१अक-३अग से १अकग+अक-अग +२
- (१३) अ-कै-गै से अै-२कै-२गै
- (१४) ४अय-३अय+३य से २अय-अै+४यै ॥
- (१५) ३अैक+२अैग-५गै से अैक-अैग-३गै
- (१६) ३यर+३य-अैक+५से २अय-अैक+है
- (१७) ३१अय-३१यर+३१ से ३१अय+३१यर-३१
- (१८) अ+क-ग से ३१अ-३१क-३१ग

॥उदाहरण॥

(१९) एक पद की राशि को दूसरे पद की राशि से गुणा करने की राति ॥

प्रथम जो दोनों राशि धन हों जैसे २अ और ३क तो उनका घात ४ प्रकाम के अनुसार १५ भक के तुल्य हो ॥

$$2 \text{ अ} \times 3 \text{ क} = 2 \text{ अ} \times 3 \times \text{क} - \text{पोर्ट} \times 3 = 3 \times \text{अ} (\text{पत्रामण})$$

इसलिये घात = $2 \times 3 \times \text{अ} \times \text{क} = 6 \text{ अ कोर्पोरेशन} 3 = 6$

दूसरे जो एक गणि क्षण हो जसे २ अंश को - ३ के बार गुणा करो प - २ को ३ के बार गुणा करो दून दोनों प्रमाणों का यही अर्थ है कि १ को २ अंश बार घटाना है दूसरिये ३ को २ अंश बार जोड़तो दूस घात और पहिली घात में केवल चिन्ह का ही अन्तर होगा दूसरिये घात - ८ अंश के तुल्य होगा ॥

तीसरे जो देनों एशि कहा हों जैसे - २ अंश और - ३ क
को शुणा करे इसका यह अर्थ है - ३ को २ अंश बार अधिक
त - ६ अंश क घटाना है परन्तु (१८ पक्षम) - ६ अंश को जो
घटावेंगे तो उस के निच्छ को बहल देवेंगे जैसे + ६ अंश का
लिखेंगे और इस का यह अर्थ है कि ६ अंश क जोड़
नाहै ॥

जपर जो उदा हरण लिखे हैं उन सब को दूकान कारके
लिखते हैं॥

+१क को +२न्ह से गुणतो धात +८न्हका दुच्छा ॥

- ३ का को + २ अस से गुणा जी बात - ८ अस क डूँगा ॥

+ ३ को - २ ज्य से गुणा होती घात - ६ ज्य का हूँचा ॥

- ३ कक्षो - २ व्यसे शुणा तौ बात + ६ व्यक्ति हृच्छा ॥

३८६

जिन एक पद्धती राशियों का गुणा करना हो उनके सम्बन्धों को पास पास तिसों वेही घातके गुणक मूल्य अवयव देंगे फिर इनके गुणके सम्बन्धों को गुणाकार घातका गुण

जानो और जो दोनों पद के चिन्ह एक से हों तो घात का चि
त्त धन मानो और जो दोनों पद के चिन्ह एक से न हों तो
घात का चिन्ह नहीं रखवो ॥

॥ उदाहरण ॥

$$2\text{प} \times 5\text{र} = 10\text{यर}, -3\text{अ} \times 5\text{भ} = -15\text{अ भ} \quad 7\text{म} \times -\text{न} = \\ -7\text{मन}, 2\text{अक} \times 3\text{अग} = 6\text{अ अकग} = 6\text{अकग}, -7\text{अ यर} \times 4\text{अ कग} = -28\text{अ कग यर}, 2\text{अ} \times 3\text{क} \times 4\text{ग} \\ = 6\text{अ क} \times 4\text{ग} = 6 \times 4\text{अ कग} = 24\text{अ कग} ॥$$

२२ प्र० जब कि दो वा आधिक पद की राशियों को एक पद
की राशि से गुणा करना हो ॥

कल्पना करो अ+क+ग+आदि को म से गुणा कर
ना हो तो अ को म वारु गुणा करना तो घात म अ के तु
त्य छुआ कु. को म से गुणा किया तो म क छुआ ग को म
से गुणा किया तो म ग छुआ, आदि और इन घातों का योग
ग म अ + म क + म ग आदि दृष्ट घात के तुत्य छुआ कों
कि पहले प्रत्यक्ष है कि जिन संडोक्सं संशुरण राशि बनी हैं उन
को ४ अक २ म से गुणा कर घातों को जोड़ दिया उसका
यही अर्थ है कि संशुरण राशि म से गुणी गई है और वह
योग संशुरण घात के तुत्य है इसे यह सीति निकलती है कि
(२२ अकम) के अनुसार गुणी के प्रत्येक पद को जुदा गुणा
क के पद से गुणलो तो अन्हीं घातों का योग दृष्ट घात के
तुत्य होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

$$(2) \text{अ+क-ग को } 1 \text{ से गुणा तो घात} = 2\text{अ} + 2\text{क} \\ - 2\text{ग} ॥$$

- (५) अ-क+ग को -२ तथा = अ+क-२ग ॥
- (६) अ-क+ग को घ तथा = अघ-कघ+गघ-गघ
- (७) अ-क+ग को -घ तथा = अघ+कघ-गघ ॥
- (८) अय+कर को ग तथा = अगय+कगर ॥
- (९) अय+कर-गल को २ पतथा = २अपय+२कपर-रापल ॥
- (१०) २अ+३क-४ग को २य तथा = ४अय+६कय-८य
- (११) अय+कर को - अपतथा = अये+अकयर ॥
- (१२) अय+कर को - कर तथा = - अकयर-कर ॥
- (१३) ७प-४र+६को ३य तथा = २१य-१२यर+१५य ॥
- (१४) ६ये-१३य+१को ५तथा = ३०ये-६५य+५ ॥
- (१५) ये-१य+फ को पय तथा = पये-पैय+पफय ॥
- (१६) जिन दो राशियों को गुणा करना हो उनमें जो प्रत्येका राशि में दो वा आधिक पद हों तो उनके गुणा करने की रीति लिखते हैं ॥

कल्पना करो कि अ+क को ग+घ से गुणा करना है तो इसका यह अर्थ है कि अ+क को ग+घ बार जोह नाहै अर्थात् अ+क को ग बार जोड़ना है और फिर उसे ही घ बा जोड़ना है । २५ प्रकार की रीति के अनुसार अ+क को ग से गुणा तो घात अग+कग हुआ । और एसे ही अ+क को घ से गुणा तो घात अघ+कघ हुआ इसलिये अ+क को ग और घ बा ग+घ से गुणा तो अग+कग+अघ+कघ दृष्ट घा न हुआ ॥

जो अ+क को ग-घ से गुणा करना हो तो इसका तु मर्यादा अर्थ सभनों कि अ-५ को ग बार जोड़ना है

ओर उसेही घबार घटाना है ॥

अ + क को ग से गुणा तो अग + कग घात हुआ और
अ + क को घ से गुणा तो अघ + कघ घात हुआ इसे अगले
घात में से ९९ प्रकार के अनुसार घटाया जो अग + कग
- अघ - कघ यही दृष्ट घात हुआ ॥

जो अ - क को ग - घ से गुणा करना हो तो तुम दूसरा
यह अर्थ समझो कि अ - क को ग वार गुणा करना है
ओर उस में से अ + क को घ वार घटाना है इसलिये अग +
कग में से अघ - कघ घटाया तो अग - कग - अघ + कघ
दृष्ट घात हुआ ॥

॥ ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन्हें ॥

इकड़ा करके लिखते हैं

अ + क को ग + घ से गुणा तो घात = अग + कग + अघ +
कघ ॥

अ + क को ग - घ से तथा = अग + कग - अघ - कघ ॥
अ - क को ग - घ से तथा = अग - कग - अघ + कघ ॥
एसे ही ओर उदाहरणों से भी यह रीति निकाल ती है ॥

॥ शीति ॥

गुण के हर एक पद को गुणक के हर एक पद
से गुण करो वून ही घातों का योग संपूर्ण घात के तु-
ल्य होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) घ + क को

घ + क से गुणा करो ॥

$\text{प}^3 + \text{प} \text{ यह धात गुण्य को } \text{य से गुणा तो हुआ } ||$
 $+ 2\text{प} + 2 \text{ यह धात गुण्य को } 2 \text{ से गुणा तो हुआ } ||$

$\text{य}^3 + 3\text{य} + 3 \text{ संपूर्ण धात हुआ}$

(३) $29 \text{ वा } 20 + 9 \text{ की}$
 $1\text{ट वा } 20 - 1 \text{ से गुणा करो } ||$

$1\text{ट}^2, 400 + 20$

$200 \quad - 20 - 9$

$3\text{ट}^2\text{वा } 400 - 9$

(४) $2 + \text{अ को}$
 $1 - \text{क से गुणा करो } ||$

$6 + 3\text{अ} \text{ यह धात गुण्य को } 3 \text{ से गुणा तो हुआ } ||$

$- 2\text{क} - \text{अ क यह धात गुण्य को } -\text{क से गुणा तो हुआ } ||$

$6 + 3\text{अ} - 2\text{क} - \text{अ क संपूर्ण धात हुआ}$

(५) $\text{अ} + \text{क को}$
 अ क से गुणा करो

$\text{अ} + \text{अ क यह धात गुण्य को } \text{अ से गुणा तो हुआ } ||$

$+ \text{अ क} + \text{क यह धात गुण्य को } \text{क से गुणा तो हुआ } ||$

$\text{अ}^3 + 3\text{अ क} + \text{क संपूर्ण धात}$

(६) $\text{अ} - \text{क को}$
 $\text{अ} - \text{क से }$

$\text{अ} - \text{अ क यह धात गुण्य को } \text{अ से गुणा तो हुआ } ||$

- अक + क पहलात गुण्यको - क से गुणा तो हुआ

अ-२ अक + क संपूर्ण धात हुआ

(८) य- २ र को

२ य + ३ र से गुणा करो

२ य - ४ य र पहलात गुण्यको २ य से गुणा तो हुआ
+ ३ य र - ६ र पहलात गुण्यको ३ र से गुणा तो हुआ

२ य - पर - ६ र संपूर्ण धात हुआ

जब एक ऐसा उदाहरण लिखते हैं जिसके गुणफलों और गुणकों
नो बेंदों वो पद से अधिक पद हैं ॥

२ अ + ३ क - ४ ग को

अ + क - ग से गुणा करो ॥

२ अ + ३ अ क - ४ अ ग यह धात गुण्यको अ से गुणा
तो हुआ

+ २ अ क + ३ क - ४ क ग तथा + क से

- २ अ ग - ३ क ग + ४ ग तथा - ग से

२ अ + ५ अ क - ६ अ ग + ३ क - ७ क ग + ४ ग संपूर्ण धात
हुआ ॥

॥ २४ ॥ प्रकाश के अनुसार एक गणिके धातों के गुणा करने की रैति ॥

एक ही गणिके जिन भिन्न धातों को गुणा करना हो तो उन
के धात प्रकाशक का योग करो वही योग इष्ट धात का धात

प्रकाशक होगा ॥

जैसे अ० अ० = अ० क्योंकि प्रकाश व्व के अनुसार
 अ० = अ० अ० और अ० = अ० x अ० x अ० इसलिये अ० x अ० =
 अ० अ० x अ० अ० = अ० अ० अ० अ० = अ० ५ दूसी रीति से
 यह भी जानो कि अ० x अ० = अ० और ऐसे ही जो और
 घात प्रकाशक अंक हों तो घातों का गुणा करने में योग
 होता है ॥

• जैसे अ० प० न० म० + न० इस उदाहरण में म० और
 न० के स्थान में चाहो सौ अंक रख दो ॥

॥६. प्रकाश की परिभाषा के अनुसार ॥

अ० = अ० - अ० - अ० आदि अ० से अ० को गुणा करते चले जा-
 ओ जब तक गुणक रूप अ० वयों का परिमाण म० को और
 रेसेही

अ० - अ० - अ० - अ० आदि अ० से अ० को गुणा करते चले
 जाओ जब तक गुणक रूप अ० वयों का परिमाण नहो ॥
 ∴ अ० - अ० - अ० - अ० आदि म० गुणक रूप अ० वयों तक
 गुणा करो ॥

अ० - अ० - अ० आदि नूर गुणक रूप अ० वयों तक गुणा करे
 = अ० - अ० - अ० आदि जब तक गुणक रूप अ० वयों का
 परिमाण म० + न० को ॥

म० + न० परिभाषा के अनुसार
 = अ०

अनुभान जो अ० के स्थान में अ० + का बा अ० + का + ग वा
 और कोई राशि लिखें तो उसके भिन्न घातों की गुणा करें
 तो तो उनके घात प्रकाशक का योग करलेंगे ॥

जैसेभक्त के दूसरे घात को उसी राशि के तीसरे घात से
गुणा करें तो दृष्ट घात उसी राशि के पाँचवें घात के तुल्य
होगा ॥

॥उदाहरण ॥

- $$(1) ३y^2 \times 3y = 3 \times 3y^3 = 9y^3$$
- $$(2) ७\alpha y \times २\alpha y r = ७ \times २\alpha^2 y^2 r = १४\alpha^2 y^2 r$$
- $$(3) ५\beta k g \times ३\beta k g = ५\beta^2 k^2 g^2 = ५\beta^2 k^2 g$$
- $$(4) y^2 r l^2 \times ४y^2 r l^2 = ३ \times ४y^4 r^2 l^4 = १२ y^4 r^2 l^4$$
- $$(5) मन y r \times -पर्ण -मन पर्य r r = -मन पर्य r^2$$
- $$(6) -४\gamma k^2 g y \times -३\gamma g y r = -४\gamma^2 k^2 g y^2 r$$
- $$(7) ३\alpha y \times ३\alpha y = ३ \times ३ \times \alpha^2 y^2 = ९\alpha^2 y^2$$
- $$(8) \alpha y r k y - \alpha k y y = \alpha k y$$
- $$(9) \alpha y r k y r g y = \alpha k g y y y = \alpha k g y$$
- $$(10) ३\alpha y \times -१k r \times -\alpha y r = ३ \times -१ \times \alpha k y r = -३\alpha k y r$$

॥उदाहरण ॥

- $$(1) \alpha y r k o k से गुणा करो ॥$$
- $$(2) ३मन को -प से गुणा करो ॥$$
- $$(3) ३म+न -प को ३ से गुणा करो ॥$$
- $$(4) \alpha y + क y e को प से गुणा करो ॥$$
- $$(5) \alpha y + २ क y r को २\alpha से गुणा करो ॥$$
- $$(6) ४\beta - २\beta k r को \alpha y से गुणा करो ॥$$
- $$(7) ३y - २y r + ८k o - y r से गुणा करो ॥$$
- $$(8) १ - २\alpha y + ३k y e को ३n से गुणा करो ॥$$

- (८६) २ञ्चक-३ञ्चग+५कघ को-२य से गुणा करो ॥
- (८७) २यर-३को ७य से गुणा करो ॥
- (८८) अय+कर-गल को २यर ल से गुणा करो ॥
- (८९) २ञ्चै-कय+घ को कर से गुणा करो ॥
- (९०) अ+य को क+र से गुणा करो ॥
- (९१) ६य+४को य-१ से गुणा करो ॥
- (९२) य-४को य+३ से गुणा करो ॥
- (९३) २य-५को ३य-२ से गुणा करो ॥
- (९४) १-य को य+१ से गुणा करो ॥
- (९५) १-य को २-३य से गुणा करो ॥
- (९६) अय+कर को २य-२ से गुणा करो ॥
- (९७) अ+२य को अ-३य से गुणा करो ॥
- (९८) ७य-१ को ५य-४ से गुणा करो ॥
- (९९) २ञ्चय-३कर को ४र-३य से गुणा करो ॥
- (१००) १-२मन को ३य+न से गुणा करो ॥
- (१०१) अ-कग को अ ग-क से गुणा करो ॥
- (१०२) १+२य+३र को य-२ से गुणा करो ॥
- (१०३) अ+य-र को क-र से गुणा करो ॥
- (१०४) अ ग-कग+अघ को ३अ-क से गुणा करो ॥
- (१०५) अैअै+अ+१ को अ-१ से गुणा करो ॥
- (१०६) य+अैय+अैय+अैको य-अै से गुणा करो ॥
- (१०७) ४यै-६य+८को २य+१ से गुणा करो ॥
- (१०८) ४१२य+य को ४-३य+१ से गुणा करो ॥
- (१०९) अ-३यै को अै-यै से गुणा करो ॥

(१३) $y^2 + 3y + 2y + 27$ को $y - 1$ से गुणा करो ॥

(१४) $2x^2y^2 + 2x^2$ को $2x^2y - 2x^2$ से गुणा करो

(१५) $2x^2 - 1x^2k + k^2$ को $2x^2 + 1x^2k - k^2$ से गुणा करो ॥

॥ भाग देना ॥

भाज्य भाजक और लाभि दून शब्दों का जो अर्थ इस के गणित में हैं वही अर्थ उन का बीजगणित में भी है एक राशि में दूसरी राशि का भाग देने से यह अर्थ समझो कि पहिली राशि में दूसरी राशि के बारजा सकती है और जो लाभि को भाजक से गुणा करोता थात भाज्य के तुल्य होगा ॥

॥ (१६) ॥ एक पद में एक पद के भाग दने की रीति ॥

जो कि लाभि \times भाजक = भाज्य दूसरिये जो भाज्य के दो ऐसे गुणक रूप अवयव करते कि एक गुणक रूप अवयव भाजक के समान हो तो दूसरा गुणक रूप अवयव व लाभि के तुल्य होगा ॥

जैसे xy में y का भाग दे तो क्योंकि xy में y का $1/y$ है दूसरिये लाभि होगी और जो xy में x का भाग देना हो तो क्योंकि xy में x का $1/x$ है जो दूसरा गुणक रूप अवयव होगा ॥

इससे पहला तीहोंकि एक पद में दूसरे पद का निररेष भाग लग जाय तो भाग देने की प्रैति है कि भाज्य के हो ऐसे गुणक रूप अवयव करते जिनमें एक गुणक रूप अवयव भाजक हो तो दूसरा गुणक रूप अवयव लाभि होगा ॥

॥उदाहरण ॥

(१) द्वयकग में २ अक का भाग हो ॥

द्वयकग = २ अक \times ३ ग इसकारण ३ ग लब्धि हुई
(२) १० यर में २ रका भाग हो ॥

१० यर = २ र \times ५ य इसलिये ५ य लब्धि हुई ॥

(३) ७ अयर में ७ अयका भाग हो ॥

७ अयर = ७ अय \times २ र इसलिये - २ र लब्धि हुई ॥

(४) ६ मनयर में - मयर का भाग हो ॥

६ मनयर = - मयर \times -८ न इसलिये -८ न लब्धि हुई ॥

(५) १४ अके कग में - २ अक का भाग हो ॥

-१४ अके कग = -२ अक \times ७ अग इसलिये ७ अग लब्धि हुई ॥

(६) ८ अके ग में ४ अके कग का भाग हो ॥

८ अके ग = ४ अके कग \times २ अके ग इसलिये -२ अके ग लब्धि हुई ॥

(७) ५ अके ग में अके ग का भाग हो ॥

५ अके ग = अके ग \times ५ अके ग इसलिये ५ अके ग लाभि हुई ॥

(८) ११ मनैय में २ मनय का भाग हो ॥

११ मनैय = २ मनय \times १४ न इसलिये १४ न लाभि हुई ॥

॥(२६) जब कि एक राशि में दो वा अधिक पद हों उसमें एक

॥ पदके भाग देने की रीति ॥

क्योंकि २ अके ग के अनुसार अ + क + ग + अ + अदि को भस्ते गुणा
तो मअ + मक + मग + अदि यह घात हुआ इसलिये मअ +

म क + म ग + आदि में म का भाग द्यातो स + क + ग + आदि
लाभि हुर्द हस्ते यह रीति निकलती है ॥

॥ रीति ॥

भाज्य के द्वारा एक पद में भाजक का २५ प्रकाम के अनु-
सार भाग द्ये तो हूँ सब सभि यों का योग संपूर्ण लाभि के सु-
प्त होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) स क + २ स ग - ३ स घ में स का भाग द्ये ॥

$\text{स क} \div \text{स} = \text{क}, + 2 \text{स ग} \div \text{स} = + 2\text{ग}, - 3 \text{स घ} \div \text{स} = - 3\text{घ}$
इसलिये संपूर्ण राशि में स का भाग देने से क + २ ग - ३ घ सं-
पूर्ण लाभि हुर्द ॥

(२) म य + न य - प य में य का भाग द्ये ॥

$\text{म य} \div \text{य} = \text{म}, + \text{न य} \div \text{य} = + \text{न य} - \text{प य} \div \text{य} = - \text{प य}$
इसलिये संपूर्ण राशि में य का भाग देने से म + न य - प य ह सं-
पूर्ण लाभि हुर्द ॥

(३) ४ अ' य - ८ अ' क य + २ अ' य में २ अ' य का भाग द्ये ॥
 $4 \text{अ' य} + 2 \text{अ' य} = 6 \text{अ' य}$ $6 \text{अ' य} \div \text{अ' य} = - 3 \text{अ' क}$
 $- 8 \text{अ' क} = + 8 \text{अ' य}$ इसलिये २ अ' य - ४ अ' क + ४ अ' य ह संपूर्ण
लाभि हुर्द ॥

(४) जब भाजक में दो वाच्यिक पद होंतो

भाग देने की रीति लिखते हैं ॥

॥ रीति ॥

पदम भाज्य और भाजक देनों के पदों को इसक्रम से
लिखते कि किसी असार के प्रत्येक घात में जो सब से बड़ा
घात पहिले पद में लिखा जाय उस से छोटा घात बूसरे पद

में लिखो और ऐसे ही और जो धात हों उन्हें स्थापन करो वा
जो सब से छोटा धात पद में लिखा जाय तो उसे बड़े धात को दू
तरे पद में लिखो और इसी काम से सब धातों को स्थापन करो

इसरे २४ प्रकार के अनुसार देखो कि भाज्य के पदिले
पद में भाजक का पहिला पद के बार जासकता है और
इसे लाभि के स्थान में रखो ॥

तीसरे इस लाभि से संपूर्ण भाजक को गुणाकर धात को भा-
जा से घटा द्यो ॥

चौथे और शेष को नया भाज्य मान जापर की किया
करो और जो लाभि मिले उसे पूर्वलाभि के बाहिनी ओर रखो
और यह किया वहाँ तक करो जब कि शेष ० रह जाय वा
भाज्य भाजक से कम तो सब लाभियों का योग संपूर्ण ल-
ाभि होगी ॥

फिर जो भाग देने की रीति लिखी दै वह अंक गणित
के भाग देने की रीति से मिलती है ॥

जैसे जो तीन हजार और इसी में बहातीस का भाग देना होता
है तो दूसरे भाज्य और भाजक को १ के धातों के अनुसार
कम से लिखते हैं ॥

जैसे भाजक ३२ वों लिखते हैं और इसका यह अर्थ है
३५१० + २ और ऐसे ही भाज्य ३८४ का अर्थ है ३५१० +
८ तो भाग देने से दूसरे यह देखते हैं कि भाजक का
पहिला पद वा ३५१० वा ३० भाज्य के पहिले पद वा ३५१०
वा ३० में १० बार जासकता है इसलिये १० लाभि का एक
भाग जुड़ा किर १० गुण ३२ वा ३२० को ३८४ में से बड़ा
धातो शेष ८४ रहा इसे नया भाज्य मान दूसरे में १२ का भाग

दिया तो श्वरीलघुमिली दूसे पूर्वलघु १० में जोड़ा तो
१० + २ वा १२ संपूर्णलघुमिली ॥

॥ उत्तराहरण ॥

(५ अग + कग + अघ + कघ में अ + कका भाग दो ह
स उत्तराहरण में अ अक्षर के कम से भाज्य और भाजक के पहाँ
की लिखा ॥

भाजक	भाज्य	लघु
अ + क)	अग + कग + अघ + कघ	(ग + घ

अग + कग

+ अघ + कघ

+ अ घ + क घ

— — — —

— — — —

∴ ग + अ लघु हृष्ट ॥

कफर जो उत्तराहरण सिखावें उस में पढ़ितेतो ह
म यह देखते हैं कि अ ग में अ, ग वार जा सकता है दूस
लिये हमने ग, की लघु का अंश मान उसे भाज्य के हाथि
नीं और रखा फिर अ + क भाजक को ग, से मुणाकार

अग + कग शात को भाज्य में से छापा तो + अघ +
कघ ऐस रहा दूस शेष को नया भाज्य मान दूस में अ का
भाग दिया तो + अ लघु का दूसरा अंश मिला दूसे पूर्व
लघु ग के साथी रखा तो ग + घ संपूर्ण लघु

हृष्ट और भाग हेने के पीछे शोध कुछ न रहा ॥

१३४४. अ + क - २ अ क में अ - क का भाग हो ॥

भाज्य और भाजक के पदों को अ के घातों के अनुसार
रखा तो अ- के भाजक और अ- २अक+क भाज्य हुआ
अ- क) अ- २अक+क (अ- क लाभिङ्कर्द ॥

अ- अ क

-अ क+क

-अ क+क

हम देखते हैं कि अमेष, अ वार जा सकता है यह
लाभि का पहिला पद हुआ फिर अ- क भाजक को अ से
गुणा तो अ- अ क घात हुआ इसे भाज्य में से घटाया
तो - अक+क शेष रहा दूसरे - अक पद में अ का
भाग दिया तो - क लाभि का दूसरा पद मिल फिर अ-
क भाजक को - क से गुणा कर घात - अक+क को
पूर्व शेष में से घटाया तो शेष रही, दूसरिये अ- क
संपूर्ण लाभिङ्कर्द ॥

उ० २अ+३क+४ग+५अक+६अग+३क-७कग
में अ+क-ग का भाग हो ॥

पदों को अ के घातों के अनुसार स्थापन किया ॥

अ+क-ग) २अ+५अक+६अग+३क-७कग+
४ग २अ+३क-४ग

१अ+१अक-१अग

+३अक-४अग+३क-७कग+४ग

+३अक +३क-३कग

$$\begin{aligned} & - ४\alpha^2 g - ४kg + ४g \\ & - ४\alpha^2 g - ४kg + ४g \end{aligned}$$

०

$\therefore २\alpha^2 + २k - ४g$ तं पूर्ण लियि छुर्दू॥

४ उ० $८\alpha^2 - \alpha^2$ में २ - α^2 का भाग हो

२ - α^2) $६\alpha^2 - \alpha^2 (३ + १\alpha^2 + ८\alpha^2 + ४\alpha^2 + २\alpha^2 + \alpha^2$

$६\alpha^2 - २\alpha^2$

$३\alpha^2 - \alpha^2$

$३\alpha^2 - १\alpha^2$

$२\alpha^2 - \alpha^2$

$१\alpha^2 - \alpha^2$

$-\alpha^2 - \alpha^2$

$-\alpha^2 - ४\alpha^2$

$२\alpha^2 - \alpha^2$

$२\alpha^2 - २\alpha^2$

$०\alpha^2 - \alpha^2$

$०\alpha^2 - \alpha^2$

इसलिये $३ + १\alpha^2 + ८\alpha^2 + ४\alpha^2 + २\alpha^2 + \alpha^2$ लियि छुर्दू॥

॥६ अभ्यासके लिये उदाहरण ॥

(१) ७ य में ७ का भाग हो ॥

(२) ७ य में १ का भाग हो ॥

(३) ७ य में २ का भाग हो ॥

(४) ७ य में ७ य का भाग हो ॥

- (५) इन्द्रकथ में अक का भाग हो ॥
- (६) इन्द्रकथ में इकग का भाग हो ॥
- (७) — अयर में यका भाग हो ॥
- (८) अयर में— यका भाग हो ॥
- (९) इन्द्र मन में— २ मन अ का भाग हो ॥
- (१०) इन्द्र यर में उन्द्र र का भाग हो ॥
- (११) —७ मन पय में— २ मन प का भाग हो ॥
- (१२) —१२ अग—२ अक स में २ अका भाग हो ॥
- (१३) इन्द्र ग—२ अक स में २ अका भाग हो ॥
- (१४) इन्द्र ग—२ अक स में २ अका भाग हो ॥
- (१५) न ये—इयर में—२ यका भाग हो ॥
- (१६) इकग + २४ अकग इके ग में—३ इकग का भाग हो ॥
- (१७) इन्द्र य—८ अकथ—२ अय में—२ अय का भाग हो ॥
- (१८) अ ये—५ अकथ+८ अ ये में अ य का भाग हो ॥
- (१९) य+३ य+३ ने य+२ का भाग हो ॥
- (२०) अग—कग+अघ—कघ में अ—कका भाग हो ॥
- (२१) इ+३ अ—२ क—अक में २+३ का भाग हो ॥
- (२२) इन्द्र—१५ ये—४ अय में २ अ+३ यका भाग हो ॥
- (२३) २ अ+३ अ—इ में २ अ—३ का भाग हो ॥
- (२४) २ अक+८ अकग—८ अकग घ में १+३ ग—४ ग घ का भाग हो ॥
- (२५) ३ ये+१६ ये—३५ में य+७ का भाग हो ॥
- (२६) ३ ये+१४ ये+८ ये+२ में ये+५ य+१ का भाग हो ॥
- (२७) अक+३ अ—२ क—४ कग—अग—ग में २ अ+३ क+गका भाग हो ॥

- (२८) १५ अ० + १० अ० य० + ४ अ० य० + ६ अ० य० - ३ अ० म० + ३ अ० य० - २ अ० य० का भाग हो ॥
 (२९) व० प० + ३ प० व० - ३ प० व० - २ व० म० प० - व० का भाग हो ॥
 (३०) अ० य० + अ० य० - २ अ० क० य० + क० य० + अ० क० - २ अ० क० म०
 अ० य० - क० य० + अ० य० - अ० क० का भाग हो ॥
 (३१) ३२ य० + २४३ म० - २ य० + १ का भाग हो ॥

॥ सम भद्रतमाप वर्तक ॥

२८-३० परिभाषा जिस एक राशि में दूसरी राशि का निःशेष भाग लग जाय तो पहिली राशि को अपवर्त्य कहते हैं और दूसरी को अपवर्त्क दूसरिये जो वैजगणिक राशियों में एक राशि का निःशेष भाग लग जाय तो उन राशियों को समापवर्त्क कहते हैं वैसों कि वह सब राशियों का अपवर्त्क है और इस कारण सबसे बड़े सम भाजक को सम भद्रतमापवर्त्क कहते हैं ॥

अपवर्त्क के बल भाजक का दूसरा नाम है और अपवर्त्त का उस भाजक को कहते हैं जिसका भाज्य में निःशेष भाग लग जाय और इसका अपवर्त्य भाज्य का दूसरा नाम है और अपवर्त्य ऐसे भाज्य को कहते हैं जिसमें भाजक का निःशेष भाग लग जाय ॥

जैसे ५ का ५ अपवर्त्क है क्योंकि ५ में ५ का निःशेष भाग लग सकता है और दूसी कारण २५ का भी ५ अपवर्त्क है इसलिये ५ और २५ का ५ समापवर्त्क कहा जाता है ऐसे ही ८ और १२ का २ समापवर्त्क है और उनका ४ भी समापवर्त्क है और २ से ४ बढ़ा है और ८ और १३ का १२ और ४ के स्थान ये ओर कोई अंक अपवर्त्क नहीं है इस कारण ८ और १३ का ४

सम भवत्तमापवर्तक दुष्का ॥

क्योंकि २ अंश में अःका निःशेष भागलग सकता है और ३ अंश में भी अःका निःशेष भागलग सकता है इस कारण २ अंशों व ३ अंश का अ समापवर्तक दुष्का और २ अंश और ३ अंश का और कोई अपवर्तक नहीं है इसलिये उनका अ सम भवत्तमापवर्तक दुष्का ॥

अपर्जो उद्धरण लिखे हैं उनसे यह स्पष्ट जान पड़ता है कि एक राशि का अपवर्तक चक्र का एक गुणक स्तूप अवयव होता है इसलिये जो एक राशि के संपूर्ण गुणक स्तूप अवयव निकाल लिये जायं तो वे सब उस राशि के अपवर्तक होंगे और ऐसी राशि के भी अपवर्तक निकाल लिये जायं तो वे दोनों राशियों में जो समापवर्तक हों वे एक बार देखने से ही भावूम हो जायं गे और उसका बात देनों राशियों का सम भवत्तमापवर्तक होगा ॥

२८ प्र. ऐसे ही जो एक संख्या के शुणक स्तूप अवयव निकालने होते हैं तो हम उस में २, ३, ४, ५, ६, आदि अंको का भाग लगाते हैं और जिस अंक का निःशेष भाग लगता है उस का भाग देके लाभि में फिर जो किसी अंक का निःशेष भाग त गता है तो भाग देके लाभि ले लेते हैं और इस लाभि में भी वही किया यहाँ तक करते हैं कि पिछली लाभि में के तिथि किसी और अंक का निःशेष भाग न लगे ॥

जैसे १८८ के शुणक स्तूप अवयव निकालते ही देखते हैं कि १८८ में २ का तो निःशेष भागलग वही नहीं सकता परन्तु ३ का निःशेष भागलग जाता है ॥

३	१	८	५
३		८	१
३		१	९
६			७

$$\therefore १८८ = २ \times १ \times १ \times ७$$

ऐसे ही २२४ के गुणक रूप ज्ञावयन निकालो

२	१	१	४
२	१	१	३
३		५	६
३		१	८
२		१	४
६			७

$$\therefore २२४ = २ \times १ \times १ \times ३ \times १ \times ७$$

पहिले उदाहरण में १८८ में २ का तो निःशेषभाग लगाही नहीं पर उस में २ का १ बार निःशेष भाग लगा और ४, ५, ८ इन में से कि सीधंक का पिछली लाभी में निःशेष भाग नहीं लगा तिस पीछे देखा तो ७ का निःशेष भाग लग गया ॥

दूसरे उदाहरण में २२४ में २ का ५ बार निःशेष भाग लगा और फिर ७ का निःशेष भाग लग गया ॥

इसलिये ३८८ के ३ २ ३ और ७ गुणक सूप्रभव हैं और २२४ के २ १ २ ३ २ और ७ गुणक सूप्रभव हैं इस कारण ७ दोनों संख्या का समापवर्तक है और वही ७, ३८८ और २२४ का सम महत्तमा पवर्तक है ॥

३८५ और ३८६ का सम महत्तमा पवर्तक निकालो ॥

५	१	८	५
६		७	६
९		९	९

$\therefore 385 = 5 \times 7 \times 11$

२	१	९	८	८
२		१	८	८
३		८	८	८
३		१	१	१
९		१	१	१

$\therefore 386 = 2 \times 2 \times 1 \times 1 \times 11$

और कोंकि ३८५ और ३८६ के गुणक सूप्रभव यद्यमें ११ समगुणक सूप्रभव बढ़ा है इस कारण उन संख्याओं का ११ सम महत्तमा पवर्तक हृज्ञा ॥

अंक गणित में दो वा अधिक संख्याओं के अपवर्तनांक वा सम भद्रतमापवर्तक निकालने की जो रीति लिखी है उसी रीति से बीज गणित में भी दो वा अधिक राशियों का सम भद्रतमापवर्तक निकाल सकता है ॥

१० प० अभ्यास करने से बीजात्मक राशियों के गुणक रूप अवयव सहज में निकाल स्पाते हैं और जो एक पदकी एवं हो तो उसके गुणक रूप अवयव सहज में निकाल सकते हैं ॥

जैसे $2\text{अ}^{\text{१}}$ के ग = $2\text{अ}^{\text{१}}$ अ क ग म ४ अ^१ के ग = 2×2
 अ अ अ क क ग इस कारण $2\text{अ}^{\text{१}}$ के ग और $4\text{अ}^{\text{१}}$ के ग इनका सम भद्रतमापवर्तक उनके $3\text{अ}^{\text{१}}$, $3\text{अ}^{\text{१}}$ क, य, सम गुणक रूप अवयवों के घात $2\text{अ}^{\text{१}}$ के ग के तुल्य हैं ॥

$3\text{अ}^{\text{१}}$ पैर और $6\text{अ}^{\text{१}}$ कथ इनका सम भद्रतमापवर्तक निकालो ॥

$3\text{अ}^{\text{१}}$ पैर = $3\text{अ}^{\text{१}}$ अ अ अ अ अ अ पैर और ।

$6\text{अ}^{\text{१}}$ कथ = $2 \times 3 \times 3$ अ अ कथ, इनमें अ अ, य सम गुणक रूप अवयव हैं इसलिये $3 \times 3 \text{अ}^{\text{१}}$ अ य यही सम भद्रतमापवर्तक हृष्णा ॥

॥लघुतम समापवर्त्य ॥

३२३० परिभाषा जो एक राशि में दूसरी राशि का निःशेष भाग लग जाय तो पहिली राशि को अपवर्त्य कहते हैं दूसरकारण जो एक राशि में दो वा अधिक राशियों का एक अनिःशेष भाग लग जाय तो पूर्व राशि को उन राशियों का समापवर्त्य कहते हैं और ऐसे ही जो किसी और सब से छोटी राशि में उन राशियों का निःशेष भाग लग जाय तो छोटी राशि को लघुतम समापवर्त्य ॥

जैसे ५ का ४४ पवर्त्य है क्योंकि ५ में ५ का शारीरिक भाग लगता है और ५ की ४४ पवर्त्य है क्योंकि उसमें ३ का ४ वारीक भाग लगता है इसलिये ५ और ५ का ४४ समापवर्त्य है जैसे ही ५ और १ के ३० और ४५ भी समापवर्त्य हैं परंतु उन सभी पवर्त्यों में ४५ सबसे छोटा है इसलिये ५ और ५ का ४५ लघुतम समापवर्त्य है।

२ अ का अ पवर्त्य है क्योंकि २ अ का भी अ एक बार जासकता है और २ अ का कक्षा भी अ पवर्त्य है क्योंकि २ अ का भी कक्षा है २ अ बार जासकता है इसलिये अ और कक्षा का २ अ का समापवर्त्य है परंतु इसको अ और कक्षा का लघुतम समापवर्त्य इसलिये नहीं कहते कि अ और कक्षा भी समलघुतमापवर्त्य हैं और पहले अ के से छोटा है इसका अ और कक्षा का अ का लघुतम समापवर्त्य है॥

जपर जो उदाहरण लिखे हैं उन से यह स्पष्टजान पड़ता है कि जब एक राशि दूसरी राशि का अपवर्त्य होता है तो दूसरी राशि अपवर्त्य का एक गुणक रूप अवयव होगी और जो दो वा अधिक राशियों की एक राशि अपवर्त्य होता है एक राशि अपवर्त्य का गुणक रूप अवयव होगी इस से यह बात निकलती है कि इष्ट राशियों का घात उन का समापवर्त्य होगा परंतु यह उन राशियों का समलघुतमापवर्त्य नहीं होना चाहिए॥

जैसे २, ४, ६ का २×४×६ वा ४८ घात समापवर्त्य है परंतु २, ४, ६ का लघुतम समापवर्त्य ११ है॥

३२ या ३३ इसलिये वा अधिक राशियों का लघुतम समापवर्त्य ढूढ़ना होता है एक राशि के गुणक रूप अवयव

निकाल कर एक ऐसी राशि बनाओ कि जिसमें प्रत्येक राशि के भिन्न गुणक स्वप्न अवयव सब आ जाय और किसी राशि में कोई गुणक स्वप्न अवयव दो वा अधिक बार आया हो तो उसे जो राशि बनाओ उसमें उतने बार रक्तोंतो इस रीति से जो राशि बनेगी वह सब राशियों का लघुतम समापवर्त्य होगी ॥

जैसे ३, १० और ८ इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ३ = 3×9 , १० = 2×5 , ८ = 2×4

इसलिये ३, १०, ८ और ५ भिन्न गुणक स्वप्न अवयव हैं और किसी संख्या में एक गुणक स्वप्न अवयव दो वा अधिक बार आया है $3 \times 9 \times 2 \times 5 = 30$ यह लघुतम समापवर्त्य है आ ॥

३०, ८, १० और २० इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

८ = $2 \times 2 \times 2$, १० = $2 \times 2 \times 5$, ३० = $3 \times 5 \times 2$, २० = $2 \times 2 \times 5$ इनमें ८ और ५ भिन्न गुणक स्वप्न अवयव हैं परन्तु एक संख्या में २ बार आया है इसकारण $3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 = 120$ यही लघुतम समापवर्त्य है आ ॥

१२०, २४, ६४ के और ८ के इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

१२० = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$, २४ = $2 \times 2 \times 2 \times 3$, ६४ = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ के इनमें १२०, २४ और ८ के भिन्न गुणक स्वप्न अवयव हैं ॥

और एक राशि में २, ३ बार आया है इसकारण 2×2

$2 \times 2 \times 3 \times 5$ का = २४ अ के यह लघुतम समापवर्त्य हुआ ॥
 ५ अ, ८ अ, ११ अ और २० अ इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13 \text{ अ} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 13$
 $20 \text{ अ} = 2 \times 2 \times 5 \text{ अ अ अ अ इन में } 2, 3, 5 \text{ और अ भिन्न गुणक रूप अवयव हैं और } 2, 3, 5 \text{ बार एक शाखा में अव्याप्ति है और अ अ अ ४ बार इस कारण } 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7$
 $\text{अ अ अ अ} = 120 \text{ अ यह लघुतम समापवर्त्य हुआ ॥}$

७ ॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

- (१) १३ अ और ८४ का सम भद्रतमापवर्तक निकालो ॥
- (२) १२५ और ८० का
- (३) ८०, १०० और १४० का
- (४) अ प अ और क प का
- (५) क प अ और क प इनका
- (६) अ प अ और अ प अ इनका
- (७) ५ अ क प अ और १० अ क पर का
- (८) १५ अ क अ और १५ अ क का
- (९) ८ अ क ग अ और १७ अ क ग का
- (१०) १४ म न प अ और ७ म म प इनका
- (११) अ क पर अ और २ अ ग पर का
- (१२) $\frac{4}{5}$ अ अ और $\frac{3}{4}$ अ क इनका ॥
- (१३) अ क घ अ और अ म अ और क ग घ का ॥
- (१४) प पर, प र अ और अ प प का ॥
- (१५) २५ और १४ का लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥
- (१६) १३, १६ और २० का ॥

- (१४) ५, ७, ८ और २४ का ॥
 (१५) ५, ७, १४, २१ और २४ का ॥
 (१६) ९, १, ३, ४, ५, ६, ७, ८ और २४ का ॥
 (१७) ११, २२, २३, ३३ और २४ का ॥
 (१८) अंष्ट और काग दूनका ॥
 (१९) अष्ट और ३४र का ॥
 (२०) २४, ६ य और ८ घ का ॥
 (२१) अंष्ट क अंग और काग का ॥
 (२२) ये, र और २४र दूनका ॥
 (२३) क घ, ग घ, ग घ और काग का ॥

॥भिन्न ॥

भिन्न शब्द का जो स्थर्थ अंक गणित में है वही बीज गणित में भी है जैसे कि इसका यह स्थर्थ है कि एक बार संपूर्ण राशिके के तुल्य रवांड हुए हैं और उनमें से अंक के समान खंड लिये गये हैं अंष्ट संघ है और क हर अंक और क राशियों के स्थान में चाहो जो संखा मान लो ॥

३३ प० अब इस बात को दिखाते हैं कि कि अंके कवें भाग की तुल्य है भिन्न की परिभाषा के अनुसार कि इसका यह स्थर्थ है कि १ के क तुल्य खंड किये गये हैं और उनमें से अंक रवांड लिये हैं जब कि १ के ऐसे खंड भये हैं तो यह स्थर्थ दिखाई देता है कि पत्येक रवांड १ के कवाँ भाग हैं और अंक से पहले स्थर्थ है कि वैसे अंक भाग लिये हैं स्थर्थित १ के कवाँ भाग को अंक बार लिया है वा १ के कवाँ भाग को १+५+१ आदि अंक तक लिया है और १+१+१+१ आदि अंक के तुल्य है इस लिये कि अंके कवें भाग के तुल्य हैं ॥

३४ श० जो किसी भिन्न के संश और हर दोनों एक राशि से
गुण जायते तो भिन्न के मोल वा भान में कङ्कड़ स्वत्तर नहीं पहुँचता ॥
 $\frac{\text{जैसे}}{\text{कैसे}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}} = \text{न अ}$ क्योंकि $\frac{\text{अ}}{\text{क}} \text{ वृत्त का यह अ-}$
 $\text{र्थ है कि } \text{के } 2\text{ के } 2\text{ क तुल्य खंड छुए हैं और उन में से } 2\text{ भा-}$

$\text{ग लिये हैं जो एक के } 2\text{ क तुल्य खंड किये जायें और } 1\text{ ही}$
 $\text{के } 2\text{ क तुल्य खण्ड किये जायें तो पद्मिला प्रत्येक खण्ड वृस्तरे$
 $\text{प्रत्येक खण्ड से दूना होगा इसलिये पद्मिले प्रकार के जो$
 $\text{खण्ड } 2\text{ लिये जावें और वृस्तरे प्रकार के अ खंड लिये$
 $\text{जावें तो दून खण्डों की संख्या तुल्य होगी ।}$

इस कारण $\frac{\text{अ}}{\text{क}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}}$

इसी रीति से यह भी सिद्ध हो सकता है कि $\frac{\text{अ}}{\text{क}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}} = \text{न अ}$
यहाँ न के स्थान में चाहो जो संख्या भान हो ॥

$\frac{\text{न अ}}{\text{न क}}$ में एक के न क तुल्य खंड छुए हैं और $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ में के क
तुल्य खंड छुए हैं इसलिये $\frac{\text{न अ}}{\text{न क}}$ का प्रत्येक खंड $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ के उन्हें
के खंड का न भाग हो क्योंकि जब एक ही संख्या में कि सी छोटी संख्या का भाग
दिया जाय तो पद्मिली लघि इसी लघि से होती हो गी इस कार-
ण के न क भाग को न बार लें तो $\frac{\text{न अ}}{\text{न क}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}}$ के तुल्य हो ॥

(३५) श० क्योंकि $\frac{\text{न अ}}{\text{न क}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}}$ इस्ते यह बात निक
लती है कि जो शक्ति भिन्न के संश और हर दोनों में एक
ही राशि का भाग दिया जाय तो भिन्न का भान ज्योंका त्योंही
बना रहता है ॥

॥उदाहरण ॥

$$(३) \frac{अ}{क} - \frac{अ \times ग}{क \times ग} = \frac{अ \times ग}{क \times ग}, (४) \frac{अ}{क} - \frac{अ \times वर्ष अ वर्ष}{क} के क्रमसंतोषाद्य वर्ष$$

$$(५) \frac{अ - य}{प} = \frac{अ \times वर्ष - वर्ष \times य}{प \times वर्ष}, (६) \frac{अ - य}{प} = \frac{अ \times वर्ष - वर्ष \times य}{प \times वर्ष}$$

$$(७) \frac{१ - य}{१ + य} = \frac{१ - वर्ष}{१ + वर्ष}, (८) \frac{१ - अ के}{१ - अ के} = \frac{१ - अ के}{१ - अ के}$$

$$(९) \frac{१ - अ}{१ - अ} = \frac{१ - अ}{१ - अ} = १ - अ, (१०) \frac{अ - य}{१ - अ य} = \frac{अ - य}{१ - अ य}$$

$$(११) \frac{१ - अ य - अ प}{१ - अ य} = \frac{अ य - अ प}{१ - अ}, (१२) \frac{अ + अ के}{१ - अ के} = \frac{अ + के}{१ - के}$$

$$(१३) \frac{१ - अ के - १ - अ के}{१ - अ के ग} = \frac{१ - अ - १ के}{१ ग}$$

$$(१४) \frac{अ य - १ - अ य}{१ - अ य} = \frac{१ - १ - अ}{१ - अ}$$

जपर जो रीति लिखी है उससे भिन्नों का लघु तम वा छोटा रूप हो जाता है क्योंकि जब एक भिन्न के संश्रा और वह दोनों में कि सी राशि का निःशेषभाग लग जाय तो उन दोनों में उस राशि का भाग देने से भिन्न का तरह लघुतम हो जायगा और उसके पास में कुछ अंतर न पड़ेगा इसके उदाहरण लिखते हैं ॥

॥८ अभ्यासके लिये उदाहरण ॥

(१) $\frac{अ - य}{१ - य}$ का लघुतमरूप करे ॥

(२) $\frac{१ - अ के ग}{१ - अ ग}$ का तथा ॥

(३) $\frac{१०\text{ अक्ष}}{१५\text{ अ}} \text{ कातथा}$

(४) $\frac{१२\text{ अक्ष}}{१८\text{ अ}} \text{ कातथा}$

(५) $\frac{१५\text{ अष्टर}}{१५\text{ अ } २} \text{ कातथा}$

(६) $\frac{२\text{ अक्ष}}{२\text{ अ } १} \text{ कातथा}$

(७) $\frac{\text{म प}-\text{न प}}{\text{म न य}} \text{ कातथा}$

(८) $\frac{\text{१ प}-\text{१ प}}{५\text{ प}} \text{ कातथा}$

(९) $\frac{१४\text{ अ } + २१\text{ अ}}{७\text{ अ } १ \text{ क}} \text{ कातथा}$

(१०) $\frac{४\text{ क } ८ + ३\text{ ग}}{२\text{ अ } ८} \text{ कातथा}$

(११) $\frac{\text{१ अ } ८ - २\text{ य}}{\text{१ अ } ८ - ३\text{ प}} \text{ कातथा}$

(१२) $\frac{\text{म न य } \text{ मे } \text{ प} + \text{ म प}}{\text{मे } \text{ प} - \text{ प न प} + \text{ म प}} \text{ कातथा}$

॥भिन्नोंके जोड़ने और घटाने की रीति ॥

॥१८३०दे वा अधिक भिन्नों के जोड़ने की रीति ॥

प्रथम जो सब भिन्नों के एक ही हर हों तो उनके अंशोंको जोड़ के योग के तले वही हर रखदे ॥

$$\text{जैसे } \frac{1}{k} + \frac{1}{k} = \frac{2}{k} \text{ वैसे ही } \frac{\alpha}{k} + \frac{\gamma}{k} = \frac{\alpha+\gamma}{k} \text{ } ॥$$

क्योंकि $\frac{\alpha}{k}$ और $\frac{\gamma}{k}$ हर एक भिन्न में k के कातुल्य खंड किये गये हैं और वैसे अ और ग खंड लिये गये हैं इसलिए वे वैसे अ और ग खंडों का योग $\frac{\alpha+\gamma}{k}$ के कातुल्य है इसका यह अर्थ है कि k के कातुल्य खंड किये गये हैं और वैसे अ और ग खंड लिये गये हैं इस रीति से $\frac{\alpha}{k} + \frac{\gamma}{k} = \frac{\alpha+\gamma}{k}$ अ और ग खंड लिये गये हैं इस रीति से $\frac{\alpha}{k} + \frac{\gamma}{k} = \frac{\alpha+\gamma}{k}$ अधिक भि वौं का योग हो सकता है ॥

दूसरे जो भिन्नों के हर एक से न हों तो उन के स्थान में ऐसे भिन्न रखवो कि उनके मान में तो अंतर न हो और उन के हर एक से हों यह बात ३४ प्रकाम के अनुसार हो सकती है, जैसे $\frac{\alpha}{k}$ और $\frac{\gamma}{k}$ दून होनों भिन्नों का जिन के हर जुदे हों योग करो ॥

$$34. प्र० के अनुसार \frac{\alpha}{k} = \frac{\alpha\gamma}{k\gamma} \text{ और } \frac{\gamma}{k} = \frac{k\gamma}{k\gamma} \text{ इस कारण } \frac{\alpha}{k} + \frac{\gamma}{k} = \frac{\alpha\gamma}{k\gamma} + \frac{k\gamma}{k\gamma} = \frac{\alpha\gamma + k\gamma}{k\gamma} \text{ पहिली रीति के अनुसार } ॥$$

$\frac{\alpha}{k}, \frac{\gamma}{k}, \frac{\alpha\gamma}{k\gamma}$ इन भिन्नों का योग करो ॥

$$\frac{\alpha}{k} = \frac{\alpha\gamma}{k\gamma}, \frac{\gamma}{k} = \frac{\gamma \times k}{\gamma \times k} = \frac{\gamma}{k} \text{ जो क्योंकि } ॥$$

$$35. प्रकाम के अनुसार \gamma \times k = \text{काग और } \gamma \times k = \text{कष और } \\ \text{ऐसे ही } \frac{\alpha}{k} = \frac{\alpha\gamma}{k\gamma} = \frac{\alpha}{k} \text{ इस कारण } \frac{\alpha}{k} + \frac{\gamma}{k} + \frac{\alpha\gamma}{k\gamma} =$$

$$\frac{\alpha\gamma}{k\gamma} + \frac{\alpha}{k} + \frac{\gamma}{k} = \frac{\alpha\gamma + \alpha + \gamma}{k\gamma} = \frac{\alpha\gamma + \alpha + \gamma}{k\gamma}$$

इसी रीति से चार वा अधिक भिन्नों का योग हो सकता है ॥
भिन्नों के जो हने की जो रीति अंक गणित में लिखी है वह
ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन से निकलती है ॥

• ॥ रीति ॥

प्रत्येक भिन्न के अंश को अपना हर छोड़ और तो से
हर से एक हन धातों का योग इष्ट योग का अंश होगा
और तब भिन्नों के हरों का धात इष्ट योग का हर होगा ॥

उ० ३० एक भिन्न में से दूसरे भिन्न के घटाने की रीति जो
है वह में जो किया करनी पड़ती है वही किया घटाने में भी
करते हैं केवल इतना अंतर है कि एक भिन्न के अंश को दू
सरे भिन्न के अंश में से घटादेते हैं ॥

$$\text{जैसे } \frac{\alpha}{k} - \frac{g}{k} = \frac{\alpha-g}{k} \text{ और } \frac{\alpha}{k} - \frac{g}{\alpha} = \frac{\alpha-\alpha g}{k \cdot \alpha}$$

जो किसी राशि को भिन्न के त्वरण में लाना चाहें तो
उसके नीचे १ हर लिख दो जैसे $\alpha = \frac{\alpha}{1}$, $g = \frac{g}{1}$
 $\alpha - k = \frac{\alpha - k}{1}$ आदि । इसका यह कारण है
कि १४ अक्षम के अनुसार $\alpha = \frac{\alpha \times १}{1} = \frac{\alpha}{1}$ ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{\alpha}{y}, \frac{k}{y}, \text{ और } \frac{g}{y}$ इनका योग करो इन सबों के
एक से हर हैं इसका रण $\frac{\alpha+k+g}{y}$ योग हुआ ॥

(२) $\frac{\alpha}{y}$ और $\frac{k}{y}$ इनका योग करो इन भिन्नों के हर जुदे

$$\text{हैं परन्तु } \frac{\alpha}{y} = \frac{2\alpha}{2y} \text{ इसलिये } \frac{\alpha}{y} + \frac{k}{y} = \frac{2\alpha+k}{2y}$$

यही योग हुआ

(३) $\frac{1}{2}$, और $\frac{3}{8}$ इनका योग करो

$$\frac{1}{2} = \frac{4y}{8}, \therefore \text{योग} = \frac{4y}{8} + \frac{3y}{8} = \frac{7y}{8}$$

(४) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{6}$ इनका योग करो ॥

$$\frac{1}{3} = \frac{4 \times 4 \times y}{3 \times 4 \times 4} = \frac{16y}{48}, \quad \frac{1}{4} = \frac{3 \times 4 \times y}{3 \times 4 \times 4} = \frac{12y}{48}$$

$$\text{और } \frac{1}{6} = \frac{2 \times 4 \times y}{3 \times 4 \times 4} = \frac{8y}{48} \therefore \text{योग} = \frac{16y}{48} + \frac{12y}{48} +$$

$$\frac{8y}{48} = \frac{36y}{48} \quad ||$$

(५) $\frac{1}{2y}$, $\frac{1}{3y}$ और $\frac{1}{4y}$ इनका योग करो ॥

$$\frac{1}{2y} = \frac{1 \times 3y \times 4y}{2y \times 3y \times 4y} = \frac{12y}{24y^2}, \quad \frac{1}{3y} = \frac{1 \times 4y \times 3y}{2y \times 3y \times 4y} =$$

$$\frac{12y}{24y^2} \text{ और } \frac{1}{4y} = \frac{1 \times 3y \times 4y}{2y \times 3y \times 4y} = \frac{12y}{24y^2} \quad ||$$

$$\text{इसलिये योग} = \frac{12y}{24y^2} + \frac{12y}{24y^2} + \frac{12y}{24y^2} = \frac{36y}{24y^2}$$

इसका लघुतम रूप ३५ प्र० के अनुसार $\frac{3}{2y}$ मह है ॥

इस उदाहरण को जोड़ने की रीति के अनुसार किया परन्तु इस में बहुत किया करनी पड़ी है। इसलिये हम इस उदाहरण को इस रीति से करते हैं कि हर एक भिन्न का द्वय हर एसी रीति से रखो कि उन के भान में अंतर न पड़े ॥

$$\frac{1}{y} = \frac{5x^3}{6xy} = \frac{5}{6} \cdot \frac{x^2}{x} = \frac{5x^2}{6x^2y} = \frac{5}{6y}$$

$= \frac{5}{6y}$: योग = $\frac{6+5+3}{6y} = \frac{14}{6y}$ यही उत्तर पद्मिले भी आया था हरों के लघुतम समापवर्त्य में शत्येकभिन्न के हर का भाग निश्चेष्ट रूप सक्ता है दस लिये इन लाभियों से अपने २ अंश और हर को गुणा करो तो भिन्नों के सम्बद्ध लघुतम रूप में हो जायेगे ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{y}{2}, \frac{y}{3}, \frac{y}{4}$ और $\frac{y}{5}$ इनका योग करो ॥

हरों का लघुतम समापवर्त्य १२ है जिसमें २, ३, ४ बार जा सकता है ३, ४ बार और ४, ३ बार इसलिये शत्येकभिन्न के अंश और हर को $\frac{6}{12}, \frac{4}{12}, \frac{3}{12}$ से जुड़ा जुड़ा गुणा $\frac{y}{2} = \frac{6y}{12}, \frac{y}{3} = \frac{4y}{12}, \frac{y}{4} = \frac{3y}{12} \therefore$ योग =

$$\frac{6y}{12} + \frac{4y}{12} + \frac{3y}{12} = \frac{13y}{12} \quad ||$$

(२) $\frac{7y}{10}, \frac{3y}{10}$ और $\frac{y}{10}$ इनका योग करो ॥

इनके हरों का लघुतम रूप सम्बद्ध ३० है ॥

$$\frac{7y}{10} = \frac{21y}{30}, \frac{3y}{10} = \frac{9y}{30} \text{ तथा } \frac{y}{10} = \frac{3y}{30} \quad ||$$

$$\therefore \text{योग} = \frac{21y}{30} + \frac{9y}{30} + \frac{3y}{30} = \frac{33y}{30} = \frac{11y}{10} \quad ||$$

(३) $\frac{y}{24}, \frac{y}{12}$ और $\frac{y}{8}$ इनका योग करो ॥

इनके हरों का लघुतम रूप सम्बद्ध २४ अंक है

और यह १२ भक्ति के तीसरे उदाहरण में लिखा है और २४ अंशक में २ अंश, १२ कवार जा सकता है और ८ अंशक, ४ कवार और ८ अंशक, १ कवार $\therefore \frac{4}{24\text{अंश}} = \frac{12\text{कवार}}{24\text{अंश}}$

$$\therefore \frac{4}{24\text{अंश}} = \frac{4\text{य}}{24\text{अंश}}, \frac{4}{24\text{अंश}} = \frac{3\text{य}}{24\text{अंश}}$$

$$\therefore \text{योग} = \frac{12\text{कवार} + 4\text{य} + 3\text{य}}{24\text{अंश}} = \frac{12\text{कवार} + 7\text{य}}{24\text{अंश}}$$

(५) $\frac{5\text{य}}{7\text{क}}$ को $\frac{7\text{य}}{7\text{क}}$ में से घटाओ

$$\frac{7\text{य}}{7\text{क}} - \frac{5\text{य}}{7\text{क}} = \frac{7\text{य} - 5\text{य}}{7\text{क}} = \frac{2\text{य}}{7\text{क}} = \frac{\text{य}}{7\text{क}} \quad !!$$

$$(६) \frac{5\text{य}}{24\text{र}} \text{ को } \frac{7\text{य}}{4\text{र}} \text{ में से घटाओ, } \frac{3\text{प}}{4\text{र}} = \frac{6\text{प}}{8\text{र}} = \frac{1\text{य}}{8\text{र}} \quad \therefore \text{घंतर} = \frac{1\text{य}}{24\text{र}} = \frac{3\text{प}}{24\text{र}} = \frac{3\text{प}}{8\text{र}} = \frac{4\text{य}}{24\text{र}} = \frac{5\text{य}}{12\text{र}} \quad !!$$

$$(७) \frac{5\text{य}}{4} \text{ के से } \frac{7\text{य}}{6} \text{ को घटाओ इन भिन्नों के द्वारा का १२लघुतम सम्बन्ध है } \frac{5\text{य}}{4} = \frac{15\text{य}}{12} \text{ और } \frac{7\text{य}}{6} = \frac{14\text{य}}{12} \therefore \text{घंतर} = \frac{15\text{य}}{12} - \frac{14\text{य}}{12}$$

$$\frac{15\text{य}}{12} = \frac{\text{य}}{12} \quad !!$$

॥ दृश्यास के सिये उदाहरण ॥

$$(८) \frac{3}{5}, \frac{2}{5} \text{ और } \frac{3}{5} \text{ इनका योग करो}$$

$$(९) \frac{3}{3} \text{ और } \frac{3}{6} \text{ का तथा } !!$$

(३०) $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$ और $\frac{1}{4}$ तथा ॥

(४) $\frac{3+4}{5}$ और $\frac{3-4}{5}$ इन का योग करें ॥

(५) $\frac{3+9}{9}$ और $\frac{3+4}{9}$ तथा ॥

(६) $\frac{3+3}{9}$ और $\frac{3+4}{9}$ तथा ॥

(७) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{3}$ तथा ॥

(८) अके, अके और अके तथा ॥

(९) अरे, अरे और अरे तथा ॥

(१०) अके, अके, अके तथा

(११) ५, $\frac{3+4}{3}$ और $\frac{3+4}{3}$ तथा

(१२) $\frac{4}{4}$, $\frac{7+6}{3}$ और $\frac{4+9}{13}$ तथा ॥

(१३) $\frac{4+4}{10}$, $\frac{9}{5}$ और $\frac{7+6}{25}$ तथा ॥

(१४) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ और $\frac{4}{3}$ तथा ॥

(१५) $\frac{8}{4}$, $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{4}$ तथा ॥

- (१८) $\frac{y}{x} + \frac{r}{k}, \frac{l}{g}$ तथा ॥
- (१९) $\frac{y-r}{x-k}, \frac{y-k}{x-g}$ और $\frac{y-g}{x-g}$ तथा ॥
- (२०) $\frac{4y}{x} + \frac{3y}{r}$ को $\frac{7y}{x+r}$ में से बदलो ॥
- (२१) $\frac{7y}{x}$ को y , r से बदलो ॥
- (२२) $\frac{5y+8}{4x}$ को $\frac{10y+16}{12x}$ तथा ॥
- (२३) $\frac{3r+y+13}{10}$ को $\frac{3y+r}{5} + 1$ ॥
- (२४) $\frac{2y+3y}{y+2}$ को $3 + \frac{2y}{y+2}$ ॥
- (२५) $\frac{3}{y} + \frac{4}{y}$ को $\frac{3}{y} + \frac{4}{y}$ तथा ॥
- (२६) $\frac{y}{y+2}$ को $\frac{3y}{y+2}$ में से बदलो ॥
- (२७) $\frac{3y-7}{2x}$ को $\frac{3y+7}{14x}$ तथा ॥
- (२८) $\frac{y}{x} + \frac{4}{xy}$ को $\frac{99y-99}{24x}$ तथा ॥

(१५) $\frac{अ}{क+ग+र}$ को $\frac{अ}{क}$ तथा ॥

(१०) $\frac{अ+य}{ब+र}$ को $\frac{अ+र}{र}$ तथा ॥

(२८) $\frac{र+य}{र+य}$ को $\frac{अ+य}{उ+य+य}$

(३३) $\frac{प-र}{व+र}$ को $\frac{प+र}{व-र}$ ॥

॥भिन्नों के गुणा करने और भाग देने की शिक्षा ॥

। इस प्र० भिन्न को पूर्णांक से गुणा करने की शिक्षा ॥

भिन्न के अंश को पूर्णांक से गुणा करे और घात के नीचे भिन्न का दूर रख दीजे तो $म \times \frac{अ}{क} = \frac{अ \times म}{क}$ ॥

$\frac{अ}{क}$ और $\frac{अ}{क}$ द्वन द्वेनों भिन्नों ने १ के कानून संख्या किये हैं और $\frac{अ}{क}$ भिन्न में द्वै सुन्तुलिति द्वै हैं और $\frac{अ}{क}$ भिन्न में अ, सुन्तुलिति द्वै हैं इस कारण $\frac{अ}{क}$ भिन्न $\frac{अ}{क}$ भिन्न की अपेक्षा ग बार बढ़ा है ॥

॥उदाहरण ॥

(१) $\frac{अ}{क}$ को २ से गुणा करे ॥

घात = $\frac{अ}{क}$ व्यंकि द्वे गुणा $\frac{अ}{क} = \frac{अ}{क} + \frac{अ}{क} =$

$\frac{अ+अ}{क} = \frac{२अ}{क}$ ॥

(२) $\frac{अ+य}{क+र}$ को ८ से गुणा करे ॥ $म \times \frac{अ+य}{क+र} = \frac{म(अ+य)}{क+र}$

बही घात रुच्या ॥

$$(3) \frac{अ-y}{अ+y} \text{ को } 7 \text{ से गुणा करो, घात} = 7 \times \frac{अ-y}{अ+y}$$

$$= \frac{7अ-7y}{अ+y} \quad ||$$

$$(4) \frac{अ-y}{क} \text{ को } 2 \text{ से गुणा करो, घात} = 2 \times \frac{अ-y}{क}$$

$$= 2 \frac{अ-य}{क} \quad ||$$

। ३५ ३० भिन्न में पूर्णांक के भाग देने की रिति ॥

जो भिन्न के अंश में पूर्णांक का पूरा भाग लग जायतो स
यि के नीचे भिन्न के हर को एदो वा भिन्न के हर को पूर्णांक
से गुणा करो और दूसरा घात को हर मान दूसरे जपर भिन्न
का अंश लिखो, जैसे $\frac{अ-g}{क} \div g = \frac{अ}{क}$ और $\frac{अ}{क} \div g =$
 $= \frac{अ}{कg}$ क्योंकि ३० ३० के अनुसार g गुणा $\frac{अ}{क} = \frac{अg}{क}$
इसलिये $\frac{अg}{क}$ का g वाँ भाग आयीत $\frac{अg}{क} \div g =$
 $= \frac{अ}{क}$ ॥

और क्योंकि ३४ प्रक्रम के अनुसार $\frac{अ}{क} = \frac{अg}{कg}$ और
३८ प्रक्रम के अनुसार $\frac{अg}{कg} = g \text{ गुणा } \frac{अ}{कg}$ इसकारण
 $\frac{अ}{क}$ भी = g गुणा $\frac{अ}{कg}$ और $\frac{अ}{क}$, $\frac{अ}{कg}$ की अपेक्षा g
गुणा बड़ा है इसलिये $\frac{अ}{क}$ का g वाँ भाग वा $\frac{अ}{क} \div g =$
 $\frac{अ}{कg}$ भाग देने की यद्दी रिति लिखी है ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{2\text{अ}}{\text{क}}$ में २ का भाग हो, उत्तर $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$, क्योंकि $2\text{अ} \div 2 = \text{अ}$ ॥

(२) म $\frac{\text{अ अ य}}{\text{कर}}$ में म, का भाग हो क्योंकि म अ य \div म = अ य ॥ - लघि = $\frac{\text{अ य}}{\text{कर}}$ ॥

(३) $\frac{2\text{अ}-7\text{य}}{\text{अ+य}}$ में ७ का भाग हो क्योंकि अंश $\div 7 = \text{अ}-\text{य}$
 \therefore लघि = $\frac{\text{अ}-\text{य}}{\text{अ+य}}$ ॥

(४) $\frac{2\text{अ क}-2\text{अ}}{\text{ग}}$ में २ अ का भाग हो ॥

क्योंकि २ अ क - २ अ में २ अ का भाग दिया तो क - अ लघि छुट्टे इसलिये लघि = क - अ ॥

१४० प्रकार एक भिन्न को दूसरे भिन्न से गुणा करने की रीति अंश को अंश से तेजुणा करे और हर को हर से ॥

$$\text{जैसे } \frac{\text{अ}}{\text{क}} \times \frac{\text{ग}}{\text{ध}} = \frac{\text{अ ग}}{\text{क ध}} ॥$$

$\frac{\text{अ}}{\text{क}} \times \frac{\text{ग}}{\text{ध}}$ इसका यह अर्थ है कि $\frac{\text{ग}}{\text{ध}}$ को $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ बार गुणा कर ना है, $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ को अ गुणा किया तो $\frac{\text{अ ग}}{\text{ध}}$ लघि छुट्टे परन्तु १३ प्रकार के अनुसार $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ का अर्थ है अका कवाँ भाग और $\frac{\text{ग}}{\text{ध}}$ को अ बार गुणा नहीं करना है परन्तु उसे अके कवें भाग बार गुणा करना है इसका अर्थ $\frac{\text{अ ग}}{\text{ध}}$ का कवाँ भाग अर्थात् $\frac{\text{अ ग}}{\text{ध}} \div \text{क} = \frac{\text{अ ग}}{\text{क ध}}$ ३८ प्रकार के अनुसार ॥

$$\therefore \frac{\text{अ}}{\text{क}} \times \frac{\text{ग}}{\text{ध}} = \frac{\text{अ ग}}{\text{क ध}} - यहीं रीति है ॥$$

अनुमान क्योंकि $\frac{अ}{क} \times \frac{ग}{घ} = \frac{अ\,ग}{क\,घ}$ ॥

$\therefore \frac{अ}{क} \times \frac{ग}{घ} \times \frac{च}{ज} = \frac{अ\,ग}{क\,घ} \times \frac{च}{ज} = \frac{अ\,ग\,च}{क\,घ\,ज}$ ॥

॥ दसी रीति से चार वा अधिक भिन्नों का गुणा हो सकता है ॥

।उदाहरण ।।

(१) $\frac{अ}{र}$ को $\frac{क}{य}$ से गुणा करे उत्तर $\frac{अ\,क}{र\,य}$ ॥

(२) $\frac{अ-य}{र}$ को $\frac{व}{य}$ से गुणा करे, $\frac{अ-य}{र} \times \frac{व}{य} = \frac{अ-व}{र\,य}$

(३) $\frac{अ}{र\,र}$ को $\frac{क}{य}$ से गुणा करे, $\frac{अ}{र\,र} \times \frac{क}{य} = \frac{अ\,क}{र\,र\,य} =$

$\frac{अ\,क}{र\,य\,र}$ ॥

(४) $\frac{प}{अ}$ को $\frac{अ}{य}$ से गुणा करे, जात = $\frac{प\times अ}{अ\times अ} = \frac{प}{य}$ ॥

(५) $\frac{अ\,क}{र\,य\,र}$ को $\frac{अ\,क}{र\,य\,र}$ से गुणा करे ॥

जात = $\frac{अ\,क \times अ\,क}{र\,य\,र \times र\,य\,र} = \frac{अ^2\,क^2}{र^2\,य^2}$ ॥

पाँच वें उदाहरण में जो उत्तर लिखा है उसका लघु तम स्तर नहीं छूझा है क्योंकि उसके अंश और हर होनों में २ अनिशेष भाग लग सकता है गुणा करने के पाहि ले हमें तेवना चाहिए ये आपकि इष्ट जात के अंश और हर दोनों का २ तम गुणक स्तर अन्यतर है उसका राण उसे देना चाहिए या क्योंकि भिन्न के अंश और हर होनों

में एक राशि का भाग देने से भिन्न का मान बदलता नहीं रहता ही जो इष्ट घात के अंश और हर दोनों में जो एक से अधिक गुणक स्वप्न अवयव हों तो उनको अंश और हर दोनों में से निकाल डालो इससे घात का संषुट म स्वप्न हो जायगा ॥

॥उदाहरण ॥

(६) $\frac{3y}{4}$ को $\frac{1y}{4}$ से गुणा करो ॥

$\frac{3y}{4} \times \frac{1y}{4} = \frac{3y}{16}$ घात के अंश और हर दोनों के गुणक स्वप्न अवयव $\frac{3}{4}$ को निकाल डाला ॥

(७) $\frac{4y}{5}$ को $\frac{5y}{8}$ से गुणा करो ॥

घात = $\frac{4y \times 5y}{5 \times 8}$ इसके अंश और हर दोनों में ४ और ५ गुणक स्वप्न अवयव हैं इस कारण उनको निकाल डाला तो अंश = $y^2 y = y^3$ और हर = $1 \times 1 = 1$ और घात = y^3 वा y^3 परंतु इस घात को एक ही बार देखकर निकाल लेना चाहिये जैसे $\frac{4y}{5} \times \frac{5y}{8} = \frac{y^3}{4}$ ॥

(८) $\frac{3y - 4}{4}$ को ४ से गुणा करो, इस प्रभको देखते ही

भाल्स होता है कि घात = $3y - 4$ है क्योंकि किसी एक पदार्थ वा राशि की चौथार्दा को चौंगुना करे तो घात संपूर्ण पदार्थ वा राशि के तुल्य होगा ॥

(९) $\frac{3y - 4}{4}$ को ८ से गुणा करो ॥

इस प्रभमें $3y - 4$ में ४ का भाग लगा है और वही राशि ८ में गुणी गई है इस लिये ४ का भाग देने

और $\frac{5}{10}$ से गुणा करने के स्थान में २ य — ५ को २ से गुणा तो धात $\frac{5}{2}$ य — २० के तुल्य हुआ ॥

(१७) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}$ को $\frac{5}{10}$ से गुणा करो ॥

$$\frac{5}{10} = \frac{5}{5} \therefore \text{धात} = 5 \text{ गुणा } \frac{3}{5} \text{ य} - 5 \text{ वा } 10 \text{ य} - 25 \text{ ॥}$$

(१८) $\frac{\text{अ} + \text{क}}{\text{अ}}$ को $\frac{\text{अ} - \text{क}}{\text{अ}}$ से गुणा करो ॥

$$\text{धात} = \frac{\text{अ} + \text{क}}{\text{अ}} \times \frac{\text{अ} - \text{क}}{\text{अ}} \text{ और } \text{अ} + \text{क} \text{ को } \text{अ} - \text{क}$$

से गुणा तो $\frac{\text{अ} - \text{क}}{\text{अ}}$ के हुआ इसकारण धात = $\frac{\text{अ} - \text{क}}{\text{अ} + \text{क}}$

॥ ४१३. एक भिन्न में दूसरे भिन्न के भाग देने की रीति ॥

॥ रीति ॥

जो भिन्न भाजक हो उसको पलट दी अर्थात् उसके अंश के स्थान में हर रक्तो और हर के स्थान में अंश लिखो फिर भिन्न गुणन की रीति से दोनों भिन्नों का गुणा करलो । जैसे $\frac{\text{अ}}{\text{क}} \div \frac{\text{ग}}{\text{घ}} = \frac{\text{अ}}{\text{क}} \times \frac{\text{घ}}{\text{ग}} = \frac{\text{अ घ}}{\text{क ग}}$ ॥

क्योंकि ताथि एक ऐसी रूप होती है कि जो उसे भाजक से गुणा करे तो धात भाज्य के तुल्य होगा इस कारण जो भाज्य के ऐसे दो गुणक रूप अवयव करलिये जाय कि उनमें एक भाजक के तुल्य होतो दूसरा गुणक रूप अवयव लाभि के तुल्य होगा जपर जो अलाहरण लिखा है उसमें अभाज्य है और अ $\frac{1}{क}$ बरबर $\frac{\text{अ} \times \text{ग}}{\text{क} \times \text{ग घ}} = \frac{\text{अ ग}}{\text{क ग}} =$

$\frac{\text{ग अ घ}}{\text{ब क ग}} = \frac{\text{ग}}{\text{ब}} \times \frac{\text{अ घ}}{\text{क ग}}$ इसमें $\frac{\text{ग}}{\text{ब}}$ गुणक रूप अवयव भाजक है दूसरा गुणक रूप अवयव $\frac{\text{अ घ}}{\text{क ग}}$

लिखि है ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{3}{y}$ में $\frac{3}{x}$ का भाग हो ॥

$$\frac{3}{y} \div \frac{3}{x} = \frac{3}{y} \times \frac{x}{3} = \frac{xy}{3y} = \frac{x}{3}$$

(२) $\frac{xy}{k^2}$ में $\frac{xy}{k}$ का भाग हो ॥

$$\frac{xy}{k^2} \div \frac{xy}{k} = \frac{xy}{k^2} \times \frac{k}{xy} = \frac{yk}{k^2} = \frac{y}{k}$$

यह क्रम के अनुसार ॥

(३) $\frac{xy}{k^2}$ में $\frac{y}{k}$ का भाग हो ॥

$$\frac{xy}{k^2} \div \frac{y}{k} = \frac{xy}{k^2} \times \frac{k}{y} = \frac{xy}{k^2} =$$

$$\frac{xy}{k^2} = \frac{xy}{k^2}$$

(४) $\frac{xy}{k^2}$ में $\frac{y}{k}$ का भाग हो ॥

$$\frac{xy}{k^2} \div \frac{y}{k} = \frac{xy}{k^2} \times \frac{k}{y} =$$

$$\frac{xy \cdot y \cdot k}{k^2 \cdot y \cdot y} = \frac{xy}{k^2}$$

(५) $\frac{y}{4}$ में $\frac{y}{2}$ का भाग हो ॥

$$\frac{y}{4} \div \frac{y}{2} = \frac{y}{4} \times \frac{2}{y} = \frac{y}{2}$$

(६) $\frac{y}{4}$ में $\frac{y+1}{y}$ का भाग हो ॥

$$\frac{अ - य}{अ + य} \div \frac{अ + य}{अ - य} = \frac{अ - य}{अ + य} \times \frac{अ}{अ + य} = \frac{अ - य}{य}$$

$$\frac{अ + य}{य} \frac{अ}{अ + य} = \frac{अ - य}{य} \quad ||$$

(५) $\frac{१+य+२य}{३य}$ में $\frac{१+य}{३य}$ का भाग हो ॥

$$\text{लघि} = \frac{१+य+२य}{३य} \cdot \frac{२य}{१+य} = \frac{१+य}{३} \cdot \frac{१+य}{य} \cdot \frac{२य}{१+य} = \frac{१+य}{३} \times २ = \frac{२+३य}{३} \quad ||$$

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

$$(६) \frac{५}{८} \text{ को } ३\text{ से गुणा करो } || \quad (७) \frac{१०+८y}{१०} \text{ को } ८ \text{ से } ||$$

$$(८) \frac{३y}{४} \text{ को } २\text{ से } || \quad (९) \frac{८-७y}{४y} \text{ को } ६ \text{ से } ||$$

$$(१०) \frac{५y}{४} \text{ को } २\text{ से } || \quad (११) \frac{८y+१३}{१०} \text{ को } १५ \text{ से } ||$$

$$(१२) \frac{y}{२} \text{ की दृष्टि } ||$$

$$(१३) \frac{अ - य}{२} \text{ को } ४ \text{ से } ||$$

$$(१४) \frac{७y}{१५} \text{ को } ८\text{ से } ||$$

$$(१५) \frac{२y}{२१} \text{ को } ८\text{ से } ||$$

$$(१६) \frac{१y - ५}{९} \text{ को } ६\text{ से } || \quad (१७) \frac{\frac{२y}{२१} - \frac{४y}{२१}}{२\frac{१}{२}} \text{ को } १० \text{ से } ||$$

- (१६) $\frac{3y}{2}$ को $\frac{1}{3}$ से ॥ (३३) $\frac{2x+y}{4}$ में $\frac{1}{3}x$ का ॥
- (१७) $\frac{3y}{2}$ को $\frac{2y}{3}$ से ॥ (३४) $\frac{3x}{4}$ में $\frac{1}{3}x$ का ॥
- (१८) $\frac{1}{2}-\frac{3y}{4}$ को $\frac{4}{5}$ से गणा ॥ (३५) $\frac{2y-4x}{4}$ में $\frac{1}{2}x$ का ॥
- (१९) $\frac{1}{2}y$ को $\frac{1}{y}$ से ॥ (३६) $\frac{3x+4y}{4}$ में $\frac{1}{3}x$ का ॥
-
- (२०) $\frac{y}{2} + \frac{2}{3}y$ को यर-वर्ते (३७) $\frac{4x-2}{4}$ में $\frac{3}{2}y$ का ॥
- (२१) $\frac{4y}{3}$ में $\frac{1}{5}x$ का भाग हो ॥ (३८) $\frac{3x+4y}{3}$ में $\frac{1}{3}x$ का ॥
- (२२) $\frac{3y}{4}$ में $\frac{1}{5}x$ का भाग हो ॥ (३९) $\frac{3x-y}{2}$ में $\frac{1}{3}x$ का ॥
- (२३) $\frac{3y}{4}$ में $\frac{1}{5}x$ का भाग हो ॥ (४०) $y + \frac{2}{3}y$ को $y + \frac{2}{3}y$ से उल्पासो

-
- (४१) $2 + \frac{1}{y}$ को $\frac{1}{2}$ से ॥
- (४२) $2 - \frac{3x}{1+x}$ को $2 + \frac{3x}{1-x}$ से ॥
- (४३) $\frac{1}{2} + \frac{y-3}{2}$ को $\frac{1}{2} + \frac{y-3}{3}$ से
- (४४) $\frac{x}{k} + \frac{y}{k} - \frac{z}{k}$ की $\frac{k}{k} - \frac{1}{k} \cdot \frac{xy}{k}$ से
- (४५) $\frac{xy-y}{k}$ को $\frac{x}{k} - \frac{y}{k}$ से गणकरो ॥
- (४६) $\frac{xy+yz+zy}{k}$ को $\frac{xy+yz}{k}$ से ॥
-
- (४७) $2 + \frac{1}{y}$ में $2 - \frac{1}{y}$ का भाग हो ॥

(४०) $\frac{1}{2}-\frac{y}{2}$ में $\frac{y}{1-y}$ का भाग हो ॥

(४१) $\frac{y-1y}{2y}$ में $\frac{2y}{4y}$ का ॥

(४२) १ में $1+\frac{y}{4-y}$ का भाग हो ॥

(४३) $\frac{1}{2}$ में $\frac{1}{2}-\frac{y}{2}$ का भाग हो ॥

(४४) $\frac{1}{2+y}$ में $1-\frac{1}{2+y}$ का भाग हो ॥

(४५) अकमें $\frac{y}{y-1}$ का भाग हो ॥

(४६) $\frac{y-1}{1+y}$ में $\frac{y-1}{y+1}$ का भाग हो ॥

४२ प० जैसे एक संपूर्ण राशि को स्थान में एक अकम सिख देते हैं और उस पर जो क्रिया करनी होती है उस का किन्तु उस अकम के साथ लगा देते हैं वैसे ही जब दो वाक्यादि का एक शब्द का रूप अवयवों की राशि को एक संपूर्ण राशि मानते हैं तो उसे ऐसे एक कोष () , () , [] के भीतर सिखते हैं और

जो उस संपूर्ण राशि पर क्रिया करनी होती है उसका किन्तु कोष के साथ लगा देते हैं कोष शब्द का अर्थ को गढ़ है ॥

जैसे अ + (क - ग) इस का अर्थ है कि क - ग को अ में जोड़ना है अ - (क - ग) इसका पहला अर्थ है

किं ग के अ में से धटाना है अ \times (क—ग) इसका अर्थ है कि क—ग को अ से गुण करना है (क—ग) \div अ इसका अर्थ है कि क—ग में अ का भाग देना है ॥

(क—ग) इसका अर्थ है कि क—ग का वर्ग किरणा है \checkmark (क—ग) तथा क—ग का वर्ग मूल लेना है ॥

(अक) तथा अगुण का वर्ग करना है ॥ कोष के भित्र ने से एशी का अर्थ पत्त जाता है जैसे क—ग को अ बार गुण करना होता है \times (क—ग) यों लिखें गे और जो कोष न लिखें जैसे अ \times क—ग तो यह अ क—ग के तुल्य है और अ (क—ग) अक—अग के तुल्य है तो ही क—ग का वर्ग लिखना हो तो (क—ग) यों लिखें गे और जो कोष न लिखें जैसे क—ग हो इसका अर्थ है कि क में से ग का वर्ग धटाना है और (क—ग) इसका अर्थ है कि क—ग एशी का वर्ग करना है और यह क—ग + ग के तुल्य है ॥

४३ प० कोष के स्थान में संपूर्ण पद वागुणक त्सुच्च वयनों के ऊपर एक ————— ऐसी सीधी रेखा कर दें तो है और उसे शुंखल कहते हैं शुंखल शब्द का अर्थ हाक लवाज़ीर है ॥

जैसे अ—क—ग इसका वही अर्थ है जो अ—(क—ग) का है \checkmark (क—ग) इसका वही अर्थ है जो \sim (क—ग) का है ॥

क—ग \sim तथा (क—ग) \sim का है ॥ और यह बात भी पाद रक्षों कि निच के अंश और

हर दोनों के बीच जो रेखा होती है उसे अंश और
हर दोनों का शून्यखल जानो ॥

जैसे क-ग इसका वह अर्थ है जो क-ग ÷ अ

का है व क-ग ÷ अ का है और अ-क ह
इसका भी बही जो अ-क ÷ ग-घ वा (अ-क)
÷ (ग-घ) का अर्थ है ॥

४४ प्र० कोष वा शून्यखल के साथ जिस किया का चि-
न्हलगा हो जब तक वह किया पूरी नहो जायतब त
क उस कोष वा शून्यखल को मत मिटा और

जैसे अ + (क-ग) यह कोष के बल इसी अर्थ
से रक्खा है कि क-ग संपूर्ण राशि को अ में जोड़ना
है और इसलिये इस किया का चिन्ह कोष के बाद और
तगा है और जब दोनों राशि जुड़ जाय तब कोष का र
खना कुछ अवश्य नहीं ऐसे ही अ- (क-ग) इस में
कोष के पहिले जो - चिन्ह आया है उसका अर्थ है
कि क-ग संपूर्ण राशि को अ में से घटाना है और ज
व वह उस में से घट जाय तब कोष को मिटा दो ॥

॥पहिले उदाहरण कीरति॥

१८ प्रक्रम के अनुसार क-ग और अ इनका योग क
रना यही है कि उनको अपने २ चिन्ह सहित एक सीध
में लिखदो जैसे अ + क-ग इसलिये जब योग के लि-
ये कोष आवे वा उसके पहिले + चिन्ह हो तो कोष
रखना कुछ अवश्य नहीं ॥

१९ प्रक्रम के अनुसार जब एक राशि को इसी राशि में

से घटाते हैं तो जिस राशि को घटाते हैं उसके सब पदों के चिन्ह वहल देते हैं अर्थात् + के स्थान में — लिखते हैं और — के स्थान + चिन्ह रखते हैं और जिस जैसे कीर्ति से योग करते हैं जैसे क—ग की अ में से घटाना होता हम क—ग के स्थान में — क+ग रखते गे और इसे अ में जोड़ देंगे जैसे अ्प—क+ग यह १६ प्रकार के अनुसार योग कुशा दूसरिये जब कोष के पदिले — चिन्ह होतो कोष के भीतर जो चिन्ह हों उन्हें वहल हो अर्थात् + के स्थान में — चिन्ह लिखो और — के स्थान में + चिन्ह रखतो तिस पीछे कोष को भिटाहो ॥

परंतु जब कोष के साथ गुणा, भाग, वात किया और मूल किया दून में से कोई किया साथ लगी है तो जब तक वह किया पूरी नहो जाय तब तक कोष को दूर भत्त करे ॥ दूसरी रीत के उदाहरण अंकों में लिखते हैं ॥

जैसे ८—१६—३ दूसरा यह अर्थ है कि ८ में ३ को घटाकर रोध को ८ में से घटाना है तो ८—३=५:: ८—(६—३)=८—३=५ यह उत्तर कुशा ॥

कवाचित् कोष न करें और ८—६—३ ऐसे ही लिख दें तो दूसरा यह अर्थ है कि ८ में से ६ को घटाकर ज्ञानकी रहे उस में से ३ को घटाना है तो ८—६=२::

८—६—३=२—३=—१ यह उत्तर कुशा ॥

दूसरिये जो कोष को भिटाना होतो उसके भीतर की गणियों के चिन्ह पलट दो। जैसे ८—१६—३=८—६ + ३=५ यही उत्तर पदिले ज्ञापा आ ॥

कोष से कभी दो अर्थ नीनिकलते हैं जैसे अ—अ—कु)

वा अ—अ—क इस कोष से एक तो पहल अर्थ निकालता है कि अ—क संपूर्ण राशिका वर्ग करना है और दूसरा यह कि उसका वर्ग निकाल जाने तो उस समूर्ण वर्ग के पर्वों को अ—में से घटाना है और जब दोनों किया हो जाय तब कोष को निष्ठा डालो ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) अ+(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\text{अ} + (\text{अ} - \text{क}) = \text{अ} + \text{अ} - \text{क} \text{ पहिली रीति से} \\ = २\text{अ} - \text{क}$$

(२) अ+क+(अ—क) इस का लघुतम रूप करो ॥

$$\text{अ} + \text{क} + (\text{अ} - \text{क}) = \text{अ} + \text{क} + \text{अ} - \text{क} \text{ पहिली} \\ \text{रीति से} = २\text{अ}$$

(३) अ—(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\text{अ} - (\text{अ} - \text{क}) = \text{अ} - \text{अ} + \text{क} \text{ दूसरी रीति से} \\ = \text{क}$$

(४) अ+क—(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\text{अ} + \text{क} - (\text{अ} - \text{क}) = \text{अ} + \text{क} - \text{अ} + \text{क} \text{ दूसरी रीति} \\ \text{तिकेअनुसार} = २\text{क}$$

(५) अ ग— अ—क. ग इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\text{अ ग} - \text{अ} - \text{क. ग} = \text{अ ग} - \text{अ ग} - \text{क ग} \\ = \text{अ ग} - \text{अ ग} + \text{क ग} \text{ दूसरी रीति के अनु} \\ \text{सार} = \text{क ग}$$

(६) $\frac{\text{अ}}{\text{क}} - \frac{\text{अ} - \text{क}}{\text{क}}$ इसका लघुतम रूप करो

$$\frac{\text{अ}}{\text{क}} - \frac{\text{अ} - \text{क}}{\text{क}} = \frac{\text{अ} - \text{अ} - \text{क}}{\text{क}} \text{ ३७१ का अ} \\ \text{उसार}$$

$$= \frac{अ - य + क}{क} \text{ दूसरी सीति के अनुसार}$$

$$= \frac{क}{क}$$

$$= १$$

$$(५) २ + \frac{अ + य}{अ - य} \text{ इसका लघुतम रूप करो।}$$

$$2 + \frac{अ + य}{अ - य} = \frac{अ - य}{अ - य} + \frac{अ + य}{अ - य}$$

$$= \frac{अ - य + अ + य}{अ - य}$$

$$= \frac{अ - य + अ + य}{अ - य} \text{ पहिली रैम्पे करतार}$$

$$= \frac{२अ}{अ - य}$$

$$(६) २ - \frac{अ - य}{अ + य} \text{ इस का लघुतम रूप करो।}$$

$$2 - \frac{अ - य}{अ + य} = \frac{अ + य}{अ + य} - \frac{अ - य}{अ + य}$$

$$= \frac{अ + य - अ - य}{अ + य} \text{ प्रकम के अनुसार}$$

$$= \frac{अ + य - अ + य}{अ + य} \text{ दूसरी सीति के अनुसार}$$

$$= \frac{२य}{अ + य}$$

$$(७) अ - \frac{अ - क}{क} \text{ के इसको २ से गुणा करो।}$$

$$2 \times \left(अ - \frac{अ - क}{क} \right) = २अ - २ \times \frac{अ - क}{क} \text{ गुणारो}$$

गया इसलिये को $\frac{1}{4}$ को दूर किया

$$= \frac{1}{4}y - \frac{1}{4}k$$

= $\frac{1}{4}y - \frac{1}{4}k + k$ का दूसरी रीति के अनुसार

$$= \frac{1}{4}y + k$$

(१०) $\frac{y}{2} - \frac{p-6}{5}$ को २० से गुणा करो ॥

धारा = $20 \times \frac{y}{2} - 20 \times \frac{p-6}{5}$ दूसरी रीति के अनुसार

$$= \frac{10y}{2} - \frac{10(p-6)}{5}$$
 ३८ पद्धमसे

$$= 5y - 2(p-6)$$

$$= 5y - (2p - 12)$$

= $5y - 2y + 12$ दूसरी रीति से

$$= 3y + 12$$

(११) $(\text{अ} + \text{k})^2 - (\text{अ} - \text{k})^2$ इसका लघुत मर्त्य करो ॥

$$(\text{अ} + \text{k})^2 - (\text{अ} - \text{k})^2 = (\text{अ} + 2\text{अ}k + \text{k}^2) - (\text{अ} - 2\text{अ}k + \text{k}^2)$$

$$= \text{अ}^2 + 2\text{अ}k + \text{k}^2 - \text{अ}^2 + 2\text{अ}k - \text{k}^2$$

पहिली ओर दूसरी रीति के अनुसार

$$= 4\text{अ}k$$

(१२) $\frac{(\text{अ} - (\text{k} - \text{ग}))}{(\text{अ} + \text{k}) - \text{ग}}$ इसका लघुत मर्त्य करो ॥

$$\text{अंश} = (\text{अ} + \overline{\text{k}} - \overline{\text{g}})(\text{अ} - \overline{\text{k}} - \overline{\text{g}})$$

$$= (\text{अ} + \overline{\text{k}} - \overline{\text{g}})(\text{अ} - \overline{\text{k}} + \overline{\text{g}})$$

$$\text{हर} = (\text{अ} + \overline{\text{k}} + \overline{\text{g}})(\text{अ} + \overline{\text{k}} - \overline{\text{g}})$$

$=(\text{अ}+\text{क}+\text{ग}) (\text{अ}+\text{क}-\text{ग})$

$(\text{अ}+\text{क}-\text{ग})$ $(\text{अ}-\text{क}+\text{ग})$ $(\text{अ}-\text{क}+\text{ग})$
 $\text{मिल} = \frac{(\text{अ}+\text{क}+\text{ग})}{(\text{अ}+\text{क}-\text{ग})}$ $(\text{अ}+\text{क}-\text{ग})$ $\text{अ}+\text{क}+\text{ग}$

॥उदाहरण ॥

(१) अकअ(ग-क) इसका लघुतम रूप करो ॥

(२) ४(९+य)+३य इसका लघुतम रूप करो ॥

(३) २(अ+य)-२(अ-य) इसका तथा ॥

(४) ३(अ+क) (अ-क) तथा ॥

(५) ५(९-य)+(९+५य) × २ तथा ॥

(६) $\frac{\text{अ}-\text{य}}{2} - \frac{\text{य}-\text{अ}}{2}$ तथा ॥

(७) $\frac{1}{2}(\text{अ}+\text{क}) - \frac{1}{2}(\text{अ}-\text{क})$ तथा ॥

(८) (अ+७)य+(क-७)य तथा ॥

(९) २-(-४+५य) इसका लघुतम रूप करो ॥

(१०) १-१-२-य तथा ॥

(११) (५अ-क+ग)-(अ-क-२ग) ॥

(१२) $\frac{1}{2}(\text{अ}-\text{य}) (२\text{अ}+\text{य}) + \frac{3}{2}\text{य} (\text{अ}+\text{य})$

(१३) (९+य)(९-य)(९+य) ॥

(१४) $2(y^2 - \frac{1}{4}) \div (3y+1) + \frac{1}{2}$ ॥

$$(15) \frac{1}{x} \left(\frac{a}{k} + \frac{y}{b} \right) + \frac{1}{x} \left(\frac{a}{k} - \frac{y}{b} \right) \quad ||$$

$$(16) \left\{ \frac{a(b+c)+k}{a} \right\} \div \left\{ k(b+c)-a \right\} \quad ||$$

$$(17) 4 \times \left[\frac{1}{x(2-y)} + \frac{1}{x(1+y)} \right] \quad ||$$

$$(18) \frac{3y(2y-a)}{a-3y} + \frac{ay}{a-3y} \quad ||$$

$$(19) \frac{1}{x} (y+5) \{ y+2 - \frac{1}{x} (2y+5) \}$$

$$(20) \{ 9-9-y \} \{ y(2+y) \} \quad ||$$

॥एक वृण्टि समीकरण ॥

४५ प्र० जो हम कहें कि $2+3=5$ वा $2(2+y)=2y+4$
 $= 12$ तो इन की रा ता में हमें कुछ सन्देह नहीं है और
 इस का ऐसी समता में हम कुछ प्रश्न नहीं कर सकते। ऐसे ही

$2y + 3y = 5y$ वा $2(2y+y) = 2y+3y$
 इनके समता में भी कुछ शांका नहीं है क्योंकि हम अच्छी
 रीति से जानते हैं कि य के स्थान में चांहो सो मान रखने
 परंतु $2y + 3y$ जब य $5y$ के तुल्य होगा इसमें कु
 छ सन्देह नहीं तो ऐसी समता को एक रूपता कहते हैं
 और जो हम कहें कि $y+4 = 6$ वा $2(2+y) = 7$ ॥
 तो ऐसी समता में य का एक नियत मान रखने से समता
 बनी रहेगी और ऐसी समता को हमीकरण कहते हैं और
 इसे समीकरण में य अव्यक्त राशि का मान जिस द्विधा
 से निकलता है उसे पृथक्करण कहते हैं और जब अ-
 व्यक्त धर्षि के मान को उसके स्थान में रखकर समीकरण
 की सत्यता दिखाते हैं तो उसको आलाप कहते हैं ॥

$y + 4 = 8$ इस समीकरण में य का मान बताओ तो इस प्रभ्रम में हम देखते हैं कि य को 4 में जो है ने से 8 होते हैं इस कारण अब य = ३ ॥

$8(9+y) = 84$ इस समीकरण में य का मान बताओ तो इस प्रभ्रम में हम देखते हैं कि दोगुणा (९+y), ८ के उल्टा है इस कारण ९+y अब य ७ के उल्टा होगा और के बल य ८ के उल्टा होगा ॥

ऐसे प्रश्नों में अवक्त राशि का मान निकालना बहुत कठिन नहीं है परंतु बहुतेरे प्रश्न ऐसे होते हैं कि उनमें अवक्त राशि बहुत छलपी रहती है ऐसे प्रश्नों में अवक्त राशि का मान निकालने में शीज गणित का बढ़ा प्रयोजन पड़ता है इस के अर्थ हम रीतें लिखते हैं और उन सब रीतों की सत्यता इस तथा सिद्ध परिभाषा से पार्द्द जाती है ॥

किसी तुल्य राशियों पर सधान किया कीजाय तो उनके फल भी तुल्य होंगे ॥

(४६) प्र० जो = इस चिन्ह के दोनों ओर एक ही गणित हो और उसका चिन्ह भी एक सा हो। जैसे + वा - हों तो ऐसी राशि को दोनों ओर से निकाल हो जाती है और इसकिया को शोषण करते हैं और हम जानते हैं कि जो तुल्य राशियों में से तुल्य राशि निकाली जाय तो उस अवश्य तुल्य हो जाएगा जैसे य + ४ = ७ + ४ तो = इस चिन्ह के दोनों ओर + ४ है उसे निकाल ढाला तो य ७ के तुल्यरूप होगा ॥

॥ गीति ॥

४७ प्र० समीकरण में वैसे एक पक्ष के कि सी पद को इसके पक्ष में स्थापन करो तो उसके चिन्ह को बदल दो वालों उस का चिन्ह + हो जो उसके स्थान में — रखतो और जो

— होतो धनलिखो इस नियम के पक्षात्तरानयन क
हते हैं जैसे अय + क = ग य — व, यह एक समीकरण है इस के दोनों पक्षों की तुल्यराशियों में से गय को
वदा यातो और भी तुल्य बचेंगे ॥ अर्थात्

$$\text{अ य} - \text{ग य} + \text{क} = \text{म य} - \text{ग य} + \text{घ}$$

$$\therefore \text{अ य} - \text{ग य} + \text{क} = \text{घ} \therefore \text{ग य} - \text{ग य} = 0$$

इस रीति से =चिन्ह के एक ओर से गय को उसका चिन्ह पलट कर दूसरी ओर स्थापन कर दिया ॥
फिर हर एक पक्ष में से को घटायातो

$$\text{अ य} - \text{ग य} + \text{क} - \text{क} = \text{घ} - \text{क}$$

$$\text{बा अ य} - \text{ग य} = \text{घ} - \text{क} \therefore \text{क} - \text{क} = 0$$

अर्थात् क पद को एक पक्ष में से दूसरे पक्ष में उसका
चिन्ह पलट कर रख दिया ॥

॥ उदाहरण ॥

$\text{य} + ३ = ८ - \text{य}$ इस समीकरण के एक पक्ष में अस्तर
रखतो और दूसरे पक्ष में अंक, तो — य के स्थान में + य
रखता और + ३ के स्थान में — ३ लिखें ॥

$$\therefore \text{य} + \text{य} = ८ - ३$$

(३) $४\text{ य} - ८ = २\text{ य} - २\text{ य} + १३$, इस समीकरण के
एक पक्ष में अस्तर रखतो और दूसरे पक्ष में अङ्क ॥

$$४\text{ य} - २\text{ य} + २\text{ य} = १३ + ८$$

॥ तीसरी रीति ॥

४८ य० जो एक समीकरण के वन्ने के पद को एक ही
राशि से गणा करते हैं तो भी समीकरण समता नहीं होती

क्योंकि जब हम पत्तेक पद को एक ही राशि से गुणा करते हैं तो हर एक पदकी समूर्ण राशि का उस राशि से बराबर गुणा हो जाता है और इस लिये घात भी तुल्य हो जाते हैं।

इस रीति से सभीकरण में जो भिन्न होते हैं उनके छेद हृ

३ हो जाते हैं और इस किया को छेद गम कहते हैं।
जैसे $9 - 6 = \frac{5}{2}$ इस सभीकरण के पत्तेक पद को ३ से गुणा तो $27 - 18 = 9$ $9 + \frac{5}{2} = \frac{23}{2} = 5$ य

$\frac{9}{2} + 5 = \frac{13}{2} + 6$ इस सभीकरण में जो पद भिन्न हैं उनमें छेदों को दूर करे, सभीकरण के पत्तेक पद को ३ से गुणा तो $9 + 10 = \frac{29}{2} + 12$ इस सभीकरण में अब एक भिन्न पद रह गया इस लिये उस के पत्तेक पद को भिन्न पद के हर ३ से गुणा तो $9 + 10 = 18 + 12$ इस सभीकरण में अब कोई पद भिन्न नहीं रहा।

ऐसे ही जो दो से अधिक भिन्न पद हों तो उनके छेद का मैं से दूर हो सकते हैं।

परन्तु जो भिन्नों के हर बड़े नहों तो उन सब के घात से सभीकरण के अत्येक पद को गुणा करो।

जैसे $\frac{9}{2} + 5 = \frac{13}{2} + 6$ यह जो सभीकरण लिखा है इस के पत्तेक पद को 3×3 वा ९ से एक बार ही गुणा किया तो $9 + 10 = 18 + 12$ क्योंकि $3 \times \frac{9}{2} = 13$ और $3 \times 6 = 18$ ऐसे ही जो $\frac{9}{2} - \frac{13}{2} + \frac{6}{2} = 6$ सभीकरण है उस के पत्तेक पद को $3 \times 3 \times 5$ वा ३० से गुणा तो $45 - 30 + 6 = 12$ क्योंकि $30 \times \frac{9}{2} = 135$ य

$$30 \times \frac{3y}{4} = 20y \text{ और } 30 \times \frac{y}{4} = 6y \text{ ॥}$$

परंतु जो प्रत्येक भिन्न पद्में के दरों के बात से गुणाकरने के स्थान में उनके समूह समावर्त्य अभीज्ञ उत्तर छोटा संख्या से जिसमें प्रत्येक दहर का निःशेष भाग लग जाय गणना किया जाय तो सहज पहुँच गया ॥

$$\text{जैसे } \frac{y}{2} - \frac{y}{4} + \frac{y}{4} = 1 \text{ इसमें हरों का धातु } 1 \text{ है ॥}$$

परंतु उनका समूह समावर्त्य च है इसलिये छोटा ग्रन्थ के लिए सभी करण के प्रत्येक पद को ८ से गुणा ॥ तो

$$\therefore 8 \times \frac{y}{2} = 4y, 8 \times \frac{y}{4} = 2y, 8 \times \frac{y}{4} = y \quad ॥$$

$$\therefore 4y - 2y + y = 2y \text{ इस सभी करण में अन्तर द्वारा हो गये ॥}$$

॥ चौथी रीति ॥

४८ जो सभी करण के प्रत्येक प्रत्येक पद में किसी राशि का भाग दिया जाय तो भी सभी करण की समता बनी रहती है ॥

क्योंकि जब हम सभी करण के दोनों पदों की तुल्य संघटन राशियों के प्रत्येक पद में एक राशि का भाग देते हैं तो उन संघटन राशियों में उस राशि का भाग लग जाता है और इसका राशि लग जाता है ॥ जैसे $4y - 2y = 2y$ इस सभी करण के प्रत्येक पद में २ का भाग दिया जाता है $y - y = 0$

तो से ही जो $2y = 2$ इस सभी करण के प्रत्येक पद में २ का भाग दिया जाता है $\frac{0y}{2} = \frac{0}{2}$ वा $y = 0$ ॥

अ य = क वृत्त सभी करण के प्रत्येक पद में अ का भाग दिया जाता है $\frac{0y}{2} = \frac{0}{2}$ वा $y = 0$ ॥

जब एक वर्ण सभी करण में अवकृत राशि का एक धातु हो जैसे य, और वहाँ धातु न हो जैसे यै, यौ, यौ दितौ ऊपर जो अर्थात् लिखी हैं उन से एक धातु

एक वर्ण समीकरण में अवक्तुर राशि का मान निकल जा
ता है

॥ ५० प्र० १ का घात एक वर्ण समीकरण में ॥

अवक्तुर राशि के जाने की
रीति

(१) जो समीकरण में भिन्न पद हों और उनमें अवक्तुर राशि मिली हों तो उनके छेदों को तीसरी रीति से दूर करना ॥

(२) जो समीकरण में कोई राशि कोष्ट वा अंखल से चिह्नी हो तो कोष्ट को ४४ वंकम के अनुसार भिन्ना -
देना ॥

(३) दूसरी रीति से समीकरण के जिन पदों में अवक्तुर राशि मिली हों उनको = चिन्ह के एक ओर से -
आओ और जिन पदों में अवक्तुर राशि न हो उन को = दूसरे चिन्ह के दूसरी ओर रखो ॥

(४) जो सजातीय राशि हों तो उनका योग वा अन्तर जोड़ने वा घटाने की रीति से करलो ऐसी किणक
रने से अवक्तुर राशि का केवल एक पद रह जायगा ॥

(५) उसके गुण का समीकरण के प्रत्येक पद में भाग
देने से अवक्तुर राशि का मान निकल जावे गा ॥

और जो समीकरण के दोनों पक्षों में एक सीराशि हों
और उनके चिन्ह भी एक से हों तो उनको पद्मिली रीति
के अनुसार भिन्नावो ताजो समीकरण के प्रत्येक पद में
कि सीधे राशि का निश्चेष भाग लग जाय तो नाग
देके साथ लेलो ॥

॥उदाहरण ॥

(१) $2y - 1 = \frac{y}{2} + 6$ इस समीकरण में y का मान बताओ ॥

$\frac{y}{2}$ पहले भिन्न है इसलिये समीकरण में कोई भिन्न रूप पदन रखने के लिये इत्येक पद को रखेगुणा ॥ तो $4y - 6 = y + 12 \therefore 2 \times \frac{y}{2} = y$

प्रसारण विधि से

$$4y - y = 12 + 6$$

पोइकरने से

$$3y = 18$$

3 का भाग देने से

$y = \frac{18}{3} = 6$ यही यथाकृत शशि का मान है इस की सत्यता दिखाने के लिये इस समीकरण में y के स्थान में 6 रखा ॥ तो

$2 \times 6 - 1 = \frac{6}{2} + 6 \text{ वा } 12 - 1 = 3 + 6 \text{ वा } 6 = 6$ इस से जामाजाता है कि जो y 6 के तुल्य हो तो समीकरण भी सुख है ॥

(२) $\frac{y}{2} - 4 = \frac{y}{3} - 3$ तो y का मान बताओ ॥

$\frac{y}{2}$ और $\frac{y}{3}$ ये दो भिन्न हैं इसलिये समीकरण में भिन्न रूप पदन रखने के लिये तीसरी रैति से $2 \times \frac{y}{3} = \frac{2y}{3}$ ले समीकरण के इत्येक पद को गुणा तो

$$3y - 30 = 2y - 18 \therefore \frac{2y}{3} = 3y - 30 \text{ और } 2 \times \frac{y}{3} = 2y$$

प्रसारण विधि से $3y = 30 - 18$

योग करने से $y = 13 - 3y - 2y = 1y$ वा y

y का १३ मान बुझ है क्योंकि $\frac{13}{2} - 4\frac{1}{2} - 4 = 1$
और $\frac{13}{2} - 3 = 4 - 2 = 1$

(३) $\frac{y}{2} - \frac{5}{2} + 6 = \frac{5y}{2} - 6$, तो y का मान बताओ
२ से गुणा किया तो $y - 6 + 12 = 5y - 6$

— ८ घटाइया तो $y + 12 = 5y$

१४ घटाइया तो $12 = 4y - y$

योग करने से $12 = 3y$

४ का भाग देने से $3 = y$ वा $y = 3$

(४) $\frac{y}{2} - \frac{5y}{2} - \frac{8}{2} = \frac{8y}{2} - 3$ तो y का मान बता
ओ ॥

1×3 वा ६ से गुणा किया तो $3y - 10y - 8 = 8y - 12$

१४ घटाइया तो $3y - 10y - 8y = 8 - 12$

योग करने से $- 15y = - 4$

— १५ का भाग देने से $y = \frac{-4}{-15} = \frac{4}{15}$

(५) $\frac{y}{2} - \frac{5}{2} + \frac{9}{2} = \frac{1}{2}$ तो y का मान निकालो

$1 \times 3 \times 5$ वा ३० से गुणा किया तो :- $30 \times \frac{y}{2} = 15y$

$30 \times \frac{5}{2} = 75$ य, $30 \times \frac{9}{2} = 135$ और $30 \times \frac{1}{2} = 15$

$\therefore 15y - 75y + 135 = 15$

योग करने से $y = 15$

(६) $\frac{8}{3}y - \frac{2}{9}y + \frac{y}{6} = 3\text{र्ट}$ तो यका मान बता ज्ञो
। १० और ८ इनका समावर्त्य ३० हों ॥

इसलिये हरों के छुरकरने के लिये सभीकरण के
इत्येक पदको ३० से गुणा ॥ तो

$$\therefore 30 \times \frac{8}{3}y = 10 \times 8y = 80y$$

$$30 \times \left(-\frac{2}{9}y\right) = -6y, 30 \times \frac{y}{6} = 5y \text{ और } 30 \times 3\text{र्ट} \\ = 90\text{र्ट}$$

$$\therefore 80y - 6y + 5y = 91y$$

$$\text{योग करने से } 3\text{र्ट}y = 91y$$

$$3\text{र्ट} \text{ का भाग होने से } y = \frac{91y}{3\text{र्ट}} = 30$$

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

नीचेजो सभीकरण लिखेहैं उनमें यका मान बता ज्ञो ॥

$$(१) ६y - ९ = ५y - ४ \parallel$$

$$(२) ११y + १ = ८y + ५ \parallel$$

$$(३) ३y + ३० = २ + ३८ \parallel$$

$$(४) ४y - २y = २४ - y \parallel$$

$$(५) ७y - ११ + ५ = ८y - ८ \parallel$$

$$(६) ५ - २y + ६ = ३y + २ \parallel$$

$$(७) १४ - ६ = ११ - ४y - ४ \parallel$$

$$(८) १३ - ८y = १५ - ३y - ८ \parallel$$

$$(९) १३१ = १४y + १ - ३y + १० \parallel$$

$$(१०) ५०० = ३y + १२ + ३८y - ८ \parallel$$

$$(११) ७y - २y + ५ = १३y - ४y - ५ \parallel$$

$$(१२) १३y - ८y + ४ = ३y + ८y - ४ \parallel$$

$$(13) 2y + \frac{9}{2} = 3y - \frac{9}{2} ||$$

$$(14) 25y - 3\frac{9}{2} = 3\frac{9}{2} + y ||$$

$$(15) y + \frac{y}{2} = 6 ||$$

$$(16) 2y - \frac{y}{2} = 12 ||$$

$$(17) 3y + \frac{y}{2} = 8y - 6 ||$$

$$(18) \frac{8y}{9} + \frac{3}{2} = y + \frac{3}{2} ||$$

$$(19) \frac{3y}{5} - \frac{y}{5} = y - 6 ||$$

$$(20) \frac{y}{3} + \frac{y}{6} = 94 ||$$

$$(21) \frac{y}{5} - \frac{y}{10} = \frac{1}{2} ||$$

$$(22) y - \frac{y}{2} + \frac{y}{3} - \frac{y}{6} = 3\frac{1}{2} ||$$

$$(23) \frac{2y}{6} + \frac{y}{6} - \frac{y}{6} = y - 4 ||$$

$$(24) \frac{3y}{6} - y = \frac{y}{6} + \frac{3}{6} ||$$

$$(25) \frac{y}{2} - \frac{y}{3} - \frac{y}{6} + \frac{y}{3} = \frac{y}{6} ||$$

$$(26) \frac{2y}{3} - \frac{2y}{3} + \frac{y}{3} = \frac{y}{6} + 4\frac{1}{6} ||$$

$$(27) \frac{y}{4} + \frac{y}{8} + \frac{y}{2} - \frac{y}{4} = 6 ||$$

$$(28) y - \frac{y}{2} - \frac{y}{3} - \frac{y}{6} = \frac{y}{3} + 6 ||$$

$$(29) \frac{3y}{8} - \frac{2y}{9} + \frac{y}{3} = \frac{y}{8} - 6\frac{2}{9} ||$$

$$(30) \frac{3y}{7} - \frac{y}{4} - \frac{y}{6} = \frac{5}{28} - \frac{7}{24} \quad ||$$

$$(31) 2y - \frac{3y}{4} - \frac{3y}{5} - \frac{4y}{6} = \frac{6y}{6} - \frac{9y}{20} \quad ||$$

$$(32) \frac{y}{5} + \frac{3y}{6} = \frac{10y}{30} - \frac{y}{6} + \frac{7y}{20} \quad ||$$

$$(33) \frac{7y}{6} - \frac{3y}{7} + \frac{1}{6} = \frac{49y}{42} + \frac{3y}{21} - \frac{20}{42} \quad ||$$

$$(34) \frac{3y}{16} + \frac{7y}{35} - \frac{7y}{20} = \frac{105y}{560} - \frac{28y}{560} \quad ||$$

$$(35) \frac{14y}{3} - \frac{6y}{5} = \frac{140y}{15} + \frac{18y}{15} - \frac{30y}{15} \quad ||$$

$$(36) \frac{y}{8} - \frac{8y}{21} + \frac{y}{9} + \frac{y}{9} = \frac{14y}{168} \quad ||$$

परं वा जो सभीकरण में कोष्ठ का शुंखल आवेंतो वे ४४ पक्षम की रीति यों से दूर हो सकते हैं।

॥उदाहरण ॥

$$(1) 2(y+4) + 3(2y-7) = 21 \text{ तो } y \text{ का मा-} \\ \text{n बताओ।}$$

पहिले कोष्ठ का यह अर्थ है कि $y+4$, २ गुणा है और दूसरे कोष्ठ से भालूम होता है कि ३ गुणा $2y-7$ को जोड़ना है दूसरी वेगुणा करने के फीचे कोष्ठों को मिटा दिया। तो

$$\therefore 2(y+4) = 2y+8 \text{ और } 3(2y-7) = \\ 6y-21 \quad ||$$

$$\therefore 2y+8+6y-21 = 21 \quad ||$$

पक्षान्वरनयनसे $2y + 6y = 91 + 31 - 10$
 योगकरनेसे $8y = 32$
 $- 4$ का भागदेनेसे $y = \frac{32}{4} = 8$ ॥

(२) $2(y+4) - 3(3y-7) = 95$ तो यका मान निकालो
 $\therefore 2(y+4) = 2y + 10$ और $3(3y-7) = 6y - 21$ ॥
 $\therefore 2y + 10 - 6y + 21 = 95$

वा ४४ प्रक्रम से $2y + 10 - 6y + 21 = 95$ ॥

पक्षान्वरनयनसे $2y - 6y = 95 - 10 - 21$
 योगकरनेसे $- 4y = - 16$ ॥
 $- 4$ का भागदेनेसे $y = \frac{-16}{-4} = 4$ ॥

(३) $5 - \frac{y+4}{11} = y - 8$ का मान करो ॥

यह तो हम लिख ही उके हैं कि जो रेरवा भिन्न के अंश और दरके बीच में स्थिंती रहती है वह दोनों अंशोंपर दर का अंखल होती है समीकरण के व्येक पद को ११ से गुणा करो ॥

$55 - (y+4) = 11y - (11 \text{ तो } 44 \text{ प्रक्रम से})$
 वा $55 - y - 4 = 11y - 44$
 पक्षान्वरनयनसे $55 - 4 + 44 = 11y + y$

योगकरनेसे $55 = 12y$

12 का भागदेनेसे $y = \frac{55}{12} = 7$

(४) $y + \frac{3y-4}{2} = 11 - \frac{1y-8}{2}$ तो यका मान करो ॥

द्वेद ग्रन्थ के लिये व्येक पद को 2×3 मास से गुणा किया जाएगा

$$8y + 3(3y - 4) = 72 - 2(3y - 4)$$

$$\text{वा } 8y + (8y - 12) = 72 - (8y - 8)$$

$$8y + 8y - 12 = 72 - 8y + 8$$

$$\text{परस्पर रानयन से } 8y + 8y - 12 = 72 + 8 - 12$$

$$\text{योग करने से } 16y = 80$$

$$16 \text{ का भाग देने से } y = \frac{80}{16} = 5 \quad ||$$

(५) $\frac{5 - 8y}{5} + \frac{12 + 8y}{16} = \frac{1 - 3y}{10} - \frac{12 + 8y}{20}$ तो
य का मान बताओ, हरों का लघुतम समाप्ति ८० है
दसलिये प्रत्येक पद को ८० से गुणा किया तो,

$$10(5 - 8y) + 5(12 + 8y) = 8(1 - 3y) - 8$$

$$(50 - 80y) + 60 + 40y = 8 - 24y \\ 110 - 40y = 8 - 24y$$

$$\text{परस्पर रानयन से } 110y + 24y - 80y + 40y = 8 - 110 - 60 - 8 \\ 54y = 8 - 110 - 60 - 8$$

$$\text{योग करने से } 54y = 8 - 110 - 60 - 8$$

$$54 \text{ का भाग देने से } y = \frac{8 - 110 - 60 - 8}{54} = -1$$

$$(6) \frac{1}{14}(3y + \frac{3}{2}) - \frac{1}{9}(8y - \frac{8}{3}) = \frac{1}{2}(4y - 4)$$

$$\text{तो य का मान बताओ, } 14 \text{ से गुणा करने से } 3y + \frac{3}{2} - 2 \\ (8y - \frac{8}{3}) = 7(4y - 8) \text{ वा } 3y + \frac{3}{2} - \\ (8y - 12\frac{8}{3}) = 28y - 56 \quad ||$$

$$\therefore 3y + \frac{3}{2} - 8y + 12\frac{8}{3} = 28y - 56$$

$$\text{परस्पर रानयन से } 42y + \frac{42}{2} + 12 + \frac{8}{3} = 28y + 8y - 8y$$

$$\text{योग करने से } 40y = 80y$$

$$\therefore 80 \text{ का भाग देने से } y = \frac{80}{80} = 1 \frac{3}{4}$$

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

नीचे जो सभी करण लिखे हैं उनमें पका मान बताओ

$$(१) \frac{३y}{५} + ३(११-y) = ३(१५-y) \quad ||$$

$$(२) \frac{३y}{५} + ५ + २(y+३) = ३३ \quad ||$$

$$(३) ३y - २(५y+४) = २(४y-५) \quad ||$$

$$(४) ५(२y-२) - ३(२y+१) = ३७ \quad ||$$

$$(५) ६(३-२y) = २४ - ४(४y-५) \quad ||$$

$$(६) ४५ - ४(१y-३) = ५(१y+३) \quad ||$$

$$(७) ७y = ८ - \frac{१-८y}{२} \quad ||$$

$$(८) \frac{२y}{७} + ४ = y - \frac{१-८y}{८} \quad ||$$

$$(९) \frac{३y+१}{२} - \frac{१-८y}{८} = \frac{३y}{४} + ९ \quad ||$$

$$(१०) \frac{१}{४}(y+८) - \frac{१}{८}(१६-१y) = ४ \frac{१}{८}$$

$$(११) \frac{१}{८}(१y+३) + \frac{१}{४}(७y-४) - \frac{१}{८}(५y+७) = २$$

$$(१२) १०(y+३) - ६y(\frac{१}{४} - \frac{१}{३}) = २३ \quad ||$$

(प्र०) बहुधा सभी करण में भिन्न पदों के बर में ए अकें राशि रहती है परन्तु उसका मान पूर्वरीति योग्य भिन्न जाता है परं मजो हर जिनमें शब्दक्रति राशि हों वे केवल एक पद के होंगे जैसे

॥ उदाहरण ॥

$$(१) \frac{५}{३y} - ४ = ५ \text{ तो } y \text{ का मान बताओ } \quad ||$$

$$\text{प्रश्नात् रान् यन्से } \frac{५}{३y} = ५ + ४$$

$$\text{योग करने से } \frac{3y}{5} = 6$$

$$2y \text{ से गुणा किया जो } 6 = 12y$$

$$15 \text{ का भाग देने से } y = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

(३) $\frac{1}{y} + \frac{5}{y} = \frac{3}{y} + \frac{4}{y} - \frac{2}{y}$ तो y का मान बताओ
क्योंकि चारों भिन्नों में y समच्छेद है ॥

$$\text{योग करने से } \frac{5}{y} = \frac{2}{y} - \frac{2}{y}$$

$$\text{पक्षांतरण यन से } \frac{5}{y} - \frac{2}{y} = \frac{3}{y}$$

$$\text{योग करने से } \frac{3}{y} = \frac{3}{y}$$

$$\therefore y = 1$$

दूसरे सभी करण के जिन पदों के हर में अब करणी हों वे हो वा अधिक ना पद के हों तो पथम जो एक पद के हर हों उन्हें दूर करो फिर शोधन पक्षांतरण यन और योग करने से सभी करण में योहे पद रह जाय तब तक तभी वह पदों के हरों को दूर करो और जो एक पद के हर न हों तो वह पद के हरों को एक एक लेकर दूर करो ॥

॥उदाहरण ॥

$$\frac{6y+12}{15} - \frac{3y+4}{5y-25} = \frac{3y}{5} \text{ तो } y \text{ का मान बताओ}$$

पथम एक पद के हरों को दूर करने के लिये
१५ से गुणा किया ॥

$$\frac{6y+12}{15} - \frac{45(3y+4)}{5y-25} = 6y \therefore 15 \times \frac{3y}{5} = 6y$$

ज्ञान स्त्रोर हर दोनों में ५ का भाग देने से $\frac{1}{5} \text{ य} = \frac{1(3y+4)}{5}$

$y - 5$ से गुणा करने से $3y - 8 = 1y + 4$

पक्षांतरण यन्त्र से $2y = 12$

योग करने से $y = 6$

५ का भाग देने से $y = \frac{60}{5} = 12$

$$(2) \frac{10y+7}{5} - \frac{13y+3}{11y-7} = \frac{5y-4}{5} \text{ तो यका मा-} \\ \text{n बता ज्ञाओ।}$$

१५ स्त्रीर ८ हरों के द्वारा करने के लिये १८ से गुणा किया तो

$$10y + 7 - \frac{115y + 35}{11y - 7} = 10y - 8$$

$$\text{घोधन स्त्रोर पक्षांतरण यन्त्र से } 7 + 8 = \frac{115y + 35}{11y - 7}$$

$$\text{योग करने से } 25 = \frac{115y + 35}{11y - 7}$$

$$11y - 7 \text{ से गुणा किया } 25(11y - 7) = 115y + 35$$

$$वा 375y - 200 = 115y + 35$$

$$\text{पक्षांतरण यन्त्र से } 375y - 115y = 200 + 35$$

$$\text{योग करने से } 260y = 235$$

$$५ का भाग देने से $y = \frac{235}{5} = 47$$$

$$(3) \frac{1}{y-1} - \frac{3}{y+7} = \frac{1}{7(y-1)} \text{ इसमें यका मान ब-} \\ \text{ता ज्ञाओ।}$$

$$7(y-1) \text{ से गुणा करने से } 7 - \frac{14(y-1)}{y+7} = 1$$

$$7(y-1) \frac{4}{y-1} = 7$$

$$\text{पक्षांतरण यन्त्र से स्त्रीर योग करने से } 6 = \frac{14(y-1)}{y+7}$$

$$y+7 \text{ से गुणा किया तो } 6y + 42 = 14y - 14$$

$$- 14y \text{ से गुणा करने से } 14y - 6y = 42 + 14$$

योग करने से $= 45$

४ का भाग देने से $y = \frac{45}{6} = 7$

(३) $\frac{2(3-4y)}{2-y} + \frac{3}{2-y} = 5$ यका भाग बताओ

$2-y$ से गुणा किया तो $2(3-4y) + \frac{3-4y}{2-y} = 24-4y$

वा $6-5y + \frac{3-4y}{2-y} = 24-4y$

शोधन और पक्षांतरण यन से $\frac{6-3y}{2-y} = 24-4y = 12$

$1-y$ से गुणा किया तो $6-3y = 12-12y$

पक्षांतरण यन से $12y - 3y = 12 - 6$

योग करने से $9y = 6$

४ का भाग देने से $y = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

(५) $\frac{15+3y}{y+1} + \frac{30+4y}{y+3} = 7 + \frac{34}{y+1}$ इसमें

यका भाग बताओ ॥

$y+1$ से गुणा किया तो $15+3y + \frac{34y+4y^2+30+4y}{y+3}$

$= 7y + 7 + 24$

पक्षांतरण यन और योग करने से $\frac{3y+4y^2+30}{y+3} = 8y + 16y + 1$ से गुणा किया तो $34y + 4y^2 + 30 = 8y + 16y + 12y + 8$

$+ 12y + 8$

शोधन और पक्षांतरण यन से $34y - 16y - 12y - 12y =$

$8y - 30$

योग करने से $8y = 12$

४ का भाग देने से $y = \frac{12}{8} = 3$

॥श्रम्यासकेलियेउदाहरण ॥
मीनेजो समीकरण लिखे हैं उनमें य का मान निकालो॥

$$(१) \frac{y}{2y} + \frac{1}{3y} = 13 \quad ||$$

$$(२) \frac{4}{4y} + \frac{5}{8y} = 89 \quad ||$$

$$(३) \frac{y}{kay} + \frac{1}{3ay} = \text{ज्ञान के} \quad ||$$

$$(४) \frac{6y - 8}{11} + \frac{y - 3}{4y - 6} = \frac{17}{9} \quad ||$$

$$(५) \frac{13y - 15}{15} = \frac{13 - 4y}{4 - 5y} + \frac{y - 8}{4} \quad ||$$

$$(६) \frac{7y + 16}{11} - \frac{y + 6}{4y - 11} = \frac{y}{3} \quad ||$$

$$(७) \frac{y - 9}{k + 7} + \frac{1}{21y + 7} = \frac{2y - 14}{2y - 5} \quad ||$$

$$(८) \frac{1}{y} - \frac{1}{y+2} = \frac{4}{4y+7} \quad ||$$

$$(९) \frac{10}{4y + 17} - \frac{10}{1y - 10} = \frac{1}{1 - 2y} \quad ||$$

$$(१०) \frac{1y + 1}{2y + 1} - \frac{1y + 1}{y + 13} - 1 = 0 \quad ||$$

पृष्ठ समीकरण में जो बड़े शंक बहुत हों तो उन को इस रैति से लिखो कि शब्दांक जिनके एक से चिन्ह हों वे एक दूसरे के नीचे रहें।

॥उदाहरण ॥

$$(१) 70y - 42y + 42 + 240 = 700 - 140 \\ = 60y + 240 + 42y$$

पक्षांतरानयनसे ७०४	- ४२६	= २००	- ५८
३५४	- ५६४	८०	- ४४
६०४			- ३८०

$$\text{वोग करने से } \left. \begin{array}{l} १६५ \\ - ८८ \end{array} \right\} y = ७८० \\ - ८८ - ८८$$

$$७८y = ४०२ \\ \therefore y = \frac{४०२}{८८} = ५$$

$$(2) \frac{८y - १२}{४} - \frac{१४८ - ८y}{१४} = \frac{७y + ८}{८}$$

१११ इसमें y का मान बताओ ॥

द्वयों का ५८ लघुतम समाप्तवर्त है इसकारण ५८
के गुणा किया जाता है

$$\underline{१२६y - १८२ - ८८८ - ३८y = ४८y + ६३ - १४y + ८}$$

$$\text{वा } \underline{१२६y - १८२ - ८८८ + १८y = ४८y + ६३ - १४y - ८}$$

$$\text{पक्षांतरानयनसे } \left. \begin{array}{l} १२६ \\ १८ \\ १४ \end{array} \right\} y - ४८y = \left. \begin{array}{l} १८२ \\ ८८८ \\ १८ \end{array} \right\} - ८$$

$$\text{वोग करने से } \left. \begin{array}{l} १८८ \\ - ४८ \end{array} \right\} y = \frac{१३४}{- ८}$$

$$१३७y = १३४ \\ \therefore y = \frac{१३४}{१३७} = १$$

(१) $20x - 5 + 25xy + 10 + 225y + 1 = 45$
 $(y+10)+25(y+1)-25$ इसमें यका मान बताओ ॥
 उत्तर य = $\frac{1}{2}$ ॥

॥ प्रश्न ॥

जिनके उत्तर एक घात एक वर्ण समीकरण के एवं कर से निकल ज्ञाता है ॥

प्रश्न ५४ यह प्रश्नक्रम जो हम लिख रख रखते हैं उनके जाने से बहुतेरे प्रश्न जिनके उत्तर अंक गणित से नहीं निकल सकते हैं सहज में हो जाते हैं और अङ्क गणित में जैसी ही तिलिखी होती है कि उनके असुलार किया करने से प्रश्न का उत्तर निकल ज्ञाता है वैसी रीति बीज गणित में नहीं लिखने और के बल अभ्यास की से विद्यार्थी प्रश्न को समीकरण के खदृप में लिख सकता है परन्तु प्रश्न को अच्छी रीति से समझ के दूतना अब श्य देख लेना चाहिए कि प्रश्न में कौन सी राशि अक्त वा वृद्धि है और कौन सी अवक्त वा दृष्टि है फिर अवक्त राशि के स्थान में य लिख कर अक्त राशि यों को धरो और प्रश्न से एक ऐसा समीकरण बनालो जिस में प्रश्न की सब बातें पाई जाएँ ॥

॥ प्रश्न ॥

(२) लड़कों की अवस्था निलकर २५ वर्ष की है और उनके जन्म दिन में हो दो वर्ष का अवसर है तो बतालो जो कि हर एक लड़के की अवस्था बढ़ा होगी ॥

अब इस प्रश्न में देखो कि अक्त राशि कोन सी है और अवक्त कोन सी ॥

॥ व्यक्ति राशि ॥

- (१) तीनों लड़कों की अवस्था का योग २४ वर्ष है ॥
 (२) और प्रत्येक लड़कों की अवस्था में २ वर्ष का अन्तर है

॥ अव्यक्ति राशि ॥

- (१) बड़े लड़के की अवस्था बताओ ॥
 (२) मध्यले लड़के की अवस्था बताओ ॥
 (३) छोटे लड़के की अवस्था बताओ ॥

परन्तु सच इदो तो के बल एक ही राशि अद्भान है क्यों
 कि जो एक लड़के की अवस्था मालूम हो जाय तो शेष दो
 लड़कों की अवस्था भी मालूम हो जायगी इसकारण
 कल्पनाकरो कि छोटे लड़के की अवस्था य है ॥
 तो $y + 2$ मध्यले लड़के की अवस्था होगी ॥

और $y + 4$ बड़े लड़के की अवस्था होगी ॥
 पश्चकी एक बात का तो नीजा त्वक रूप करलिया अवहु
 सरी बात रह गई है वह यह है कि तीनों लड़कों की अ
 वस्था का योग २४ वर्ष है वा य, $y + 2$ और $y + 4$
 आथीत $3y + 6$, २४ वर्ष के तुल्य है इसका स
 मीकरण बनाया तो $3y + 6 = 24$ दूसरे य का मा
 न बताओ ॥

पहाड़रानयन से $3y = 24 - 6 = 18$

3 का भाग हेने से $y = \frac{18}{3} = 6$

∴ छोटे लड़के की अवस्था ६ वर्ष की है ॥

मध्यले लड़के की अवस्था ८ वर्ष की है ॥

और बड़े लड़के की अवस्था १० वर्ष की है ॥

(३) मेरे पास जितनी मुहर है उन से पाँच गुने रूप ये हैं

ओर सर्वधन १५७ है तो बतलाओ भेरे पास कितनी मुहर हैं और कितने रुपये हैं ॥
कल्यना करो कि ये मुहर हैं
तो ५ य रुपये होंगे ॥

और भेरे पास १५५ की एक २ मुहर है तो ये गुणा १५ वा १६ य रुपये मुहरों के ज्ञाएँ ॥

$$\therefore १६ य + ५ य = सर्वधन परंतु सर्वधन = १५७$$

$$\therefore \text{य} = \frac{१५७}{२१}$$

$$२१ का भाग देने से य = \frac{१५७}{२१} = ७ मुहर$$

$$\text{और } ५\text{ य} = ५ \times ७ = ३५ \text{ रुपये}$$

(३) में १५ कोड़ी और ७ रुपये की हँड़ी साझा कारोने पटाने को गया और भैंने गुमात्ते के हाथ में हँड़ी देकर उस्से कहा कि तुम मुझे इस हँड़ी के दाम में मुहर रुपये आरब्धनी चौरब्धनी दो अनी और एक अनी बराबर हो तो वह सुनते ही चुपका हो रहा तो बतलाओ कि उस को कितनी मुहर आदि देनी चाहिये ॥

कल्यना करो कि ये दृष्टि संरच्छा है ॥

तो ये मुहरों के ये गुणा १५ वा १६ रुपये होंगे ॥

ये रुपये के	ये रुपये होंगे
-------------	----------------

ये अरब्धनी यों के	ये रुपये होंगे
-------------------	----------------

ये चौरब्धनी यों के	ये रुपये होंगे
--------------------	----------------

ये दो अनीयों के	ये रुपये होंगे
-----------------	----------------

ये एक अनीयों के	ये रुपये होंगे
-----------------	----------------

ये एक अनीयों के	ये रुपये होंगे
-----------------	----------------

ची १४ कोडी ७ रुपयों के बदले रुपये होंगे
 प्रभ के अनुसार $16y + y + \frac{y}{2} + \frac{y}{3} + \frac{y}{4} + \frac{y}{5} = 25$
 १६ से गुणा करने से $256y + 16y + 8y + 6y + 4y + 3y = 3456$

योग करने से $256y = 3456$

२५६ का भाग देने से $y = 13$

॥उत्तर का आलाप ॥

१६	सुहर	=	२५६
१६	रुपये	=	१६
१६	अरुधनी	=	८
१६	चीमनी	=	६
१६	दोषनी	=	३
१६	एकधनी	=	२

जोड़ २८७

(४ मेरे पास जो आमथे उनमें से मैंने निहाइ के आम मोहन को दिये और छह रुपये के आम रुपया को दिये और यह सब मिलाकर १५ रुपये तो बतला चों कि मेरे पास सब कितने आमथे ॥

कल्पना करो कि ये आमों की संख्या है ॥

तो $\frac{y}{2}$ यह संख्या मोहन को जो आम दिये उन की छह और $\frac{y}{3}$ यह संख्या रुपया के आमों की छह और प्रभ के अनुसार ये सब आम मिला के १५ हैं ॥

अर्थात् $\frac{y}{2} + \frac{y}{3} = 15$

इसे गुणा करने से $2y + y = 90$

योग करने से $3y = 90$

३ वा भाग देने से $y = \frac{3}{4} = 30$ पेरे पास सब तू
नने आम थे ॥

$$\therefore \frac{3}{4} = 10 \text{ और } \frac{3}{4} = 5 \text{ और } 10 + 5 = 15$$

(५) एक बाग में आम के पेड़ जामन के पेड़ों से तिशुने
लमे थे परन्तु जब ४ पेड़ आम के और ४ पेड़ जामन के
काट लाले तो आम के पेड़ जामन के पहां से ४ बुने थे।
गये तो बतलायी कि आम और जामन के कितने कितने
ते पेड़ थे ॥

कल्पना करकि यजामन के पेड़ों की संख्या है ॥

तो ३ यामों के पेड़ों की संख्या होगी ॥

और $y - 4$ यह जामन के पेड़ों की संख्या ४ पेड़
काटे पीछे रह गई ॥

ऐसे ही $3y - 4$ यह आमों के पड़ों की संख्या ४
पेड़ काटे पीछे रह गई ॥

दूसरिये पथ को अनुसार $3y - 4 = 4(y - 4)$

वा $3y - 4 = 4y - 16$
पक्षान्तरनयन से $16 - 4 = 4y - 3y$

योग करने से $12 = y$

दूसरिये पथ वाग में १२ जामन के पेड़ थे और
३ गुणे १२ वा ३६ आम के पेड़ ॥

(६) एक राजा की राजगद्दी का संबत १८०० - २ य
है और उसके पीछे दूसरे राजा की राजगद्दी का संबत
 $1800 + \frac{1}{2} \times 2$ य है और तीसरे राजा की राजगद्दी
का संबत $1800 + \frac{1}{2} \times 3$ य है और जो पहिले राजा
के राज्य के वर्षों में २ य जोड़ दें तो योग १०० वर्ष के तु

त्यहो जाना है तो वतला आओ कि किस किस संवत् में हर एक राजा गदी पर चैग

$$\begin{aligned} \text{पहिले और दूसरे राजाओं की राजगदी के संवत्} \\ \text{तो का अन्तर निकालने से पहिले राजा के राज के वर्ष} \\ = १८०० + \frac{१}{३} \times २\text{य} - (१५०० - २\text{य}) = \\ १८०० + २\text{य} - १५०० + २\text{य} \\ = ३\text{य} \end{aligned}$$

$$\text{पश्चके अनुसार } ३\text{य} + २\text{य} = १००$$

$$\text{वा } ५\text{य} = १००$$

$$\therefore \text{य} = \frac{१००}{५} = २० \text{॥}$$

\therefore पहिले राजा की राजगदी का संवत् $१८०० - ४०$ वा १७६० है दूसरे राजा की राजगदी का संवत् $१५०० + २०$ वा १५२० है तीसरे राजा की राजगदी का संवत् $१८०० + ३०$ वा १८३० है॥

(७) ४२ गन्नों को ४ आदमियों में बांट रीत से बांट दो कि पहिले आदमी को जितने गन्ने दो उन से एक अधिक दूसरे आदमी को दो और ऐसे ही तीसरे और चौथे मनुष्य को एक एक गन्ना अधिक दो॥

कल्पना करो कि पहिले मनुष्य को जो गन्ने दिये जाय उनकी य संख्या है तो शेष तीन मनुष्यों के गन्नों की य + १, ॥

य + २ और य + ३ ये संख्या होंगी ॥

$$\text{पश्चके अनुसार } \text{य} + \text{य} + १ + \text{य} + २ + \text{य} + ३ = ४२$$

$$\text{योग करने से } ४\text{य} + ६ = ४२$$

$$\text{पक्षांतरा न यन से } ४\text{य} = ४२$$

$$\text{योग करने से } ४\text{य} = ३६$$

$$५ \text{ का भाग देने से } y = \frac{35}{5} = ८$$

यह पहले मरुष्य के गच्छों की संख्या हुई ॥

$$y + १ = १० \text{ यह दूसरे मरुष्य के गच्छों की संख्या हुई}$$

$$y + २ = ११ \text{ यह तीसरे मरुष्य के गच्छों की संख्या हुई}$$

$$y + ३ = १२ \text{ यह चौथे मरुष्य के गच्छों की संख्या हुई}$$

(८) एक मरुष्य ने योग लिया और उसके पास

१७०० जो धन था उस में से जितना यमेजसने अपने

दो लहकों को दिया उतना ही धन उसने अपनी तीन बेटि

यों को दिया और जितना धन पिल्कर उसके एक बेटे

और बेटी को मिला उतना धन उसने अपनी स्त्री को दिया

तो उत्तमा आ कि प्रत्येक मरुष्य को कितना कितना धन

मिला ॥

कल्पना करो एक बेटे का धन y है ॥

तो तीन बेटियों का संपूर्ण धन $3y$ है ॥

∴ एक बेटी का धन

$$\frac{3y}{3} = y$$

और स्त्री का धन $y + \frac{3y}{2} + \frac{3y}{3} = \frac{8y}{3}$ हुआ

इसलिये प्रथम के अनुसार $2y + 3y + \frac{8y}{3} = १७००$ रुपये

यीग करने से $8y + \frac{8y}{3} = १७००$

$$वा \quad \frac{17y}{3} = १७००$$

$$१३ का भाग देने से \frac{y}{3} = १००$$

से गुणा करने से $y = ३००$ यह एक लड़

के का धन हुआ ॥

$\frac{2}{3} = २००$ पह एक बेटी का भन हुआ ॥

$\frac{5}{3} = ५००$ लड़ी का भन हुआ

(८) एक कुवे में पानी बहुत दूर था उस पर हो पैर लगी एक पैर में तो दो बैल जूते और इसरी पैर में दो भैंसें और बैल की पैर के चर्स में ३ मन पानी समाता था और बैल हो घड़ी में २ चर्स पानी के खीचते और भैंसें दृतने में है पलते कि वे दो चर्स पानी को ३ घड़ी में खीचते परंतु दोनों खेरों में पानी बशबर ही सिंचता तो बतला ओकि में ता की पैर के चर्स में कितना पानी समाता होगा ॥

कल्पना करो कि भैंसों के चर्स में य मन पानी समाता है तो ऐसे २५ मन पानी तीन घड़ी में खीचेंगे ॥

और बैल २ घड़ी में ३ चर्स पानी वा ६ मन पानी खीचते हैं तो इस परिणाम से वे ९ घड़ी में ३ मन पानी खीचेंगे ॥

इस कारण वे २ घड़ी में ६ मन पानी खीचेंगे ॥

और ३ घड़ी में दोनों चर्सों से बशबर ही पानी सिंचता हैं ∴ २५ = ६ मन पानी ॥

और $y = \frac{6}{2} = ३ \frac{1}{2}$ मन पानी इतना पानी भैंसों के चर्स में समाता है ॥

(९) सीतारम और परसरम के गाँव सहक के जिलारे ४ $\frac{1}{2}$ को स के अंतर से थे, सीतारम परसरम के गाँव को चला और उसी तरफ परसरम सीतारम के गाँव को चला, सीतारम ऐसी कृती से चलता था कि २ $\frac{1}{2}$

को स एक घंटे में चल जाता और परसराम तेरी शीघ्रता से चलता था कि वह २ को स १ घंटे में पहुँच जाता तो बतला औंजि वे होनों मनुष्य कितनी ४ दूर चलकर मिल जायगे और जो वे चरबर चलकर वीक बीच रह भै मिला चाहें तो सीताराम को परसराम से कितनी दूर पीछे चलना चाहिये ॥

पथम काल्पना करये कि सीताराम य को स चल कर परसराम से मिल जाय तो ४ १ — य को स परसराम चला जायगा ॥

अब चैराणिक से जितना ३ समय दूर एक को चलते में लगा उसे निकालते हैं ॥

को स को स बंदा घंटा १^१
२^२ : य :: १^१ : २^२ {इतना समय सीताराम को दूर को दूर को स चलने में लगा}
को स को स बंदा घंटा १^१
२^२ : ४^४ — य :: २^२ : ५^५ — य {इतना समय परसराम को दूर य को स चलने में लगा}
और देखो मनुष्य चरबर समय तक चले ॥

इसकारण १^१ = ४^४ — य इसके दोनों पक्षों को ५
२ वा १० से गणा किया तो ४ य = ११ २ — ५ य, पक्षों
तरानयन से ८ य = ११ २

८ का भाग देने से य = ११ २ = २ १ इतने को स सीता
राम चला और ४ १ — २ १ वा २ को स पर परसराम अपने
गाँव से चल कर सीताराम को मिला और वहाँ से सीताराम
का गाँव २ १ को स रह गया दूसरे जो होनों मनुष्य वीक
बीच रह में मिला चाहें तो उनको आधी २ रह चलने में
जितना ३ समय उनकी शीघ्रता के अनुसार सगे गाँव से

वैश्वाणिक सेनिका लते हैं ॥

$\frac{4}{5}$ कोस का अधा $\frac{2}{5}$ कोस है
 कोस कोस वंदा वंदा
 $\frac{2}{5} : \frac{2}{5} :: \frac{1}{2}$ इतना समय-
 सीताराम को $\frac{2}{5}$ कोस चलने में लगेगा ॥

तेरे ही $\frac{2}{5}$ कोस : $\frac{2}{5}$ कोस :: $\frac{1}{2}$ वंदा : $\frac{1}{2}$ इतना
 समय परसराम को $\frac{2}{5}$ कोस चलने में लगेगा ॥
 अब देखना चाहिये कि किस मुख्य को कितना समय
 अधिक लगेगा इसलिये $\frac{2}{5}$ कोस चलने में कितना
 समय होना परम्परा का लगा उनका अंतर निकाला ज्ञान
 र जानो कि $\frac{2}{5}$ घड़ी = $\frac{1}{2}$ वंदा और $\frac{1}{2}$ पल = $\frac{1}{2}$ घड़ी

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}} - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{5} \text{ घड़ी} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \text{ घड़ी} = \frac{1}{10} \text{ घड़ी} = \frac{1}{10} \times$$

$$50 \text{ पल} = 5 \text{ पल}$$

इतना पहिले परसराम जा
 पने गाँव से चले गए जो इतने ही समय भी है सीताराम
 अपने गाँव से चले गए ॥

१५ एक बनिये के पास दो भाव की ऐदा है एक ७ आने
 पन से री और दूसरी ८ आने पन से री तो इनमें से कितनी
 कितनी ऐदा मिलावें जिससे ८ आने ८ घड़ी पन से री के
 भाव की दो जाय ॥

कल्पना करो कि ७ आने के भाव की य पन सेरी मेंदा लें
तो दूस के ७ य आने दाम होंगे और जो दृश्याने के भाव की
१ पन सेरी मेंदा लें तो एक पन सेरी के दाम ६ आने होंगे दूस
लिये दोनों भाव की (१५ + १०) पन सेरी के दाम (२५ + ६)
आने दाम कहए परन्तु हम दोनों भाव की मेंदा मिलाके ६ आने
८ पार्व पन सेरी का भाव किया चाहते हैं दूस लिये दूस भाव
से (१५ + ५) पन सेरी के दाम (२० + १०) तुणा दृश्याने दृश्याने
चर्यात् (१५ + १०) ८ $\frac{1}{2}$ आने हुए। बधाकि ८ पार्व
 $= \frac{8}{2} \text{ आना} = \frac{3}{2} \text{ आना} \parallel$

$$\therefore ७५ + ५ = (१५ + १०) \times ८ \frac{1}{2}$$

$$= ८५ + \frac{1}{2} \times ५ + ८ \frac{1}{2} : ८ \frac{1}{2} = ८ + \frac{1}{2}$$

$$१५ + १० - ८ \frac{1}{2} = ८ \frac{1}{2} - ८$$

$$\text{योग करने से } \frac{1}{2} \text{ य} = \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times २$$

$$\therefore \text{य} = १$$

दूस कारण ७ आने के भाव की २ पन सेरी मेंदा और दृ
श्याने के भाव की १ पन सेरी मेंदा दोनों मिलाई जाए तो मिली
हुई मेंदा के दृश्याने ८ पार्व पन सेरी के दाम होंगे॥

(३) एक खेत व नाज को एक आदमी ५ दिन में काट लेता
है और वे सेही दूसरे खेत के नाज को एक लड़का ७ दिन
में काट लेता है जो आदमी और लड़का दोनों नि
ल कर एक खेत के नाज को काटते हैं तो वे कितने दिन में सब
नाज का काट लेंगे॥

कल्पना करो कि वे दोनों य दिन में काट लेंगे और आदमी

सब नाज को अकेला ५ दिन में काट सकता है ॥

दूसरिये वह एक दिन में सब नाज का $\frac{1}{2}$ भाग काट सकता है एवं ही लड़का अकेला एक दिन में सब नाज का $\frac{1}{3}$ भाग काट सकता है दूसरा गणना लड़का और लड़की दोनों मिल कर एक दिन में सब नाज का ($\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$) या $\frac{5}{6}$ भाग काट सकते हैं तो आइये लड़का दोनों परिन में सब नाज को काट सकते हैं दूसरिये वे एक दिन में सब नाज का $\frac{1}{6}$ भाग काढ़ते हैं

$$\therefore \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \text{ या } 5 = 1 = 2 \frac{1}{6} \text{ दिन पहली उत्तर दृष्टि ॥}$$

(१३) विक्रोरिगानाम दूसरिये व्यापारी की महारानी का जन्म २४ पर्वत नदी को छुआ और ऐसे बर्द राजकुमार का जन्म २६ अगस्त सन् य+१ को छुआ और उसका विवाह १० फरवरी सन् १८४० ई० को छुआ और २६ अगस्त सन् १८४८ को दोनों महारानी और राजकुमार की श्रवस्या ओं का योग राजकुमार की श्रवस्या जो विवाह के पहिले थी उससे तीन बुना मालूम छुआ तो बतला और कि दोनों का किस वर्ष में जन्म हुआ ॥

प्रथम के अनुसार उन दोनों के जन्म वर्ष य+१ हैं तो २६ अगस्त सन् १८४८ को ॥

१८४८ — य = महारानी की श्रवस्या कों कि जिस संवत् तक की श्रवस्या निकालनी हो उस संवत् में से जन्म के संवत् को घटाओ तो अंतर श्रवस्या के जन्म होगा ॥

और १८४८ — (य+१) = राजकुमार की श्रवस्या ॥

ओर विवाह के ज्यागे राज कुमार की अवस्था = १८३८
— (४ + ५) }

॥दूसलिये पश्चके अनुसार॥

१८४८ — ४ + १८४८ — (४ + ५) = ३५१३३८ —
(४ + १३) }

वा १८४८ — ४ + १८४८ — ४ — १ = ५५१७ — ३४ — ३
पश्चात रानपन से ३४ — ३४ = ५५७ — ३ + १ — १८४८
— १८४८

∴ योग करने से य = $\frac{५५१८}{३६६६}$ = १८२८ यदि मर्दानी का ओर ४ + १ = १८१८ + १ = १८२० यह राजकुमार का जन्म वर्ष हुआ ॥

(१४) एक हौज में ३ लेसी मोरी लगी हैं कि उनमें से जो एक मोरी की राह हो कर पानी ज्ञावे तो हौज ५ घड़ी में भर जाता है और जो दूसरी मोरी की राह हो कर पानी ज्ञावे तो हौज ८ घड़ी में भर जाता है और जो तीसरी मोरी में होकर पानी ज्ञावे तो हौज १० घड़ी में भर जाता है बतलायो कि जो एक साथ तीनों मोरियों में होकर पानी ज्ञावे तो हौज — कितनी घड़ी में भर जायगा ॥

कल्पना करो कि ये दृष्ट घड़ी हैं ॥

पद्मिनी मोरी की राह से ५ घड़ी में सब पानी भर जाता है दूसलिये एक घड़ी में उसी मोरी की राह सब पानी का भाग हौज में भर जायगा और दूसरी मोरी की राह से ८ घड़ी में सब पानी भर जाता है दूसलिये १ घड़ी में उसी मोरी की राह सब पानी का है हौज में भर जायगा ऐसेही तीसरी मोरी की राह से १० घड़ी में सब पानी का भाग हौज में भर

रजापग ॥

इसकारण जब तीनों मोरी एक साथ चलेंगी तो २ घड़ी
में सब पानी का $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ भाग होज़ में भरजायगा

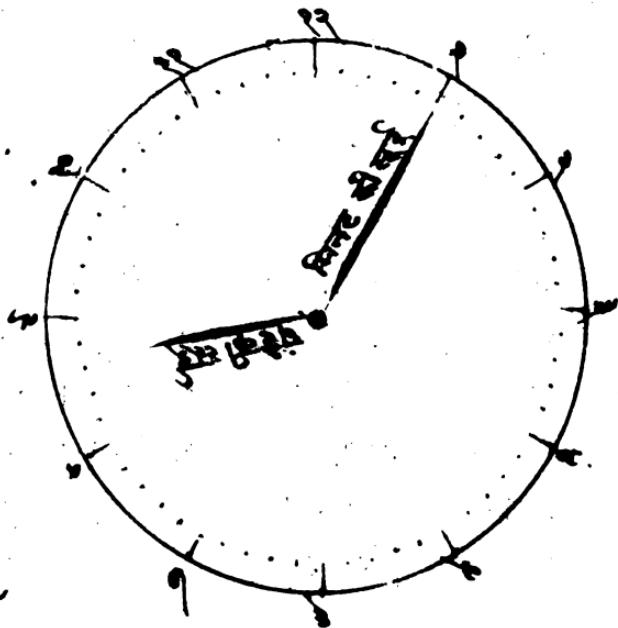
परन्तु तीनों मोरियों की गहराई से ये घड़ी में सब पानी भर
जाता है इसलिये एक घड़ी में तीनों मोरियों की गहराई से स
ब पानी का $\frac{1}{4}$ भाग होज़ में भरजायगा ॥

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{6+4+3}{30} \text{ गा } \frac{13}{30} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore १ = \frac{३६}{८४} = २\frac{1}{2} \text{ घड़ी } ॥$$

(५) एक विद्यार्थीने अपने गुरु से प्रश्न कि कौन बजे हैं गुरु
ने उत्तर दिया कि १ और २ के बीच समय है और घटकों
मुद्दे और पिनट की सर्वांग स्थान पर हैं तो बता ओ कि



वीक क्या समय है वही में हत्तकी परिधि के तुल्य इभग होते हैं और जो सूर्द्ध जितने समय में नैसे एक भाग में चल जाती है उनने समय को मिनट वा ३ रुपये के बताए हैं और वह सूर्द्ध १० के चिन्ह से चलकर साथे भाग में फिरकर फिर उसी १० के चिन्ह तक आजाती है उनने समय को १ घंटा वा २ रुपये की घड़ी कहते हैं परंतु घंटा बताने के लिये एक और सूर्द्ध रहती है उसे घंटे की सूर्द्ध को लते हैं यह सूर्द्ध १२ के चिन्ह से १० के चिन्ह तक १२ घंटे में फिरकर आजाती है इसलिये परिधि के अलाग १२ बड़े तुल्य भाग होते हैं उनमें से एक भाग में घंटे की सूर्द्ध एक घंटे में फिरती है और उसी परिधि के छोड़े छोड़े ५ भाग होते हैं इस हेतु मिनट की सूर्द्ध एक घंटा वा ६० मिनट में साथे छोड़े भाग में घूम जाती है और घंटे की सूर्द्ध एक घंटे में ५ छोड़े भाग में घूम जाती है इस कारण मिनट की सूर्द्ध घंटे की सूर्द्ध से १२ गुना जलदी चलती है और हर घंटे में बेरेकी सूर्द्ध और मिनट की सूर्द्ध एक बार मिल जाती है कारण पहले ही किमिनट की सूर्द्ध को चौंगिर्द घूमते में घंटे की सूर्द्ध की ही जहाँ चलती अवश्य मिलती होगी और मिनट की सूर्द्ध द्वारा एक घंटे के अन्त में फिरकर बारह के चिन्ह पर आजाती है इस कारण जब घंटे की सूर्द्ध एक घंटे के चिन्ह पर हो जाएगी तो मिनट की सूर्द्ध १२ के चिन्ह पर हो जाएगी इसलिये होने वाले की बीच में ४ छोड़े भाग होंगे तो से ही जब घंटे की सूर्द्ध १२ घंटे के चिन्ह पर हो जाती होने से सूर्द्ध

के शीष में २० छोटे भाग होंगे । एसे ही और जानो ॥

कल्पनाकरो कि एक बजे के पीछे भिन्नट की सहर्दने १३ के चिन्ह से य, भिन्नट तक गति की है तो वह अवश्य य, छोटे भागों में गति करेगी और १३ के चिन्ह से १ घंटे के चिन्ह तक ५ छोटे भागों का अन्तर है इसलिये (य - ५) इनने स्थान में घंटे की सहर्द एक घंटे के चिन्ह से गति करेगी और पहिले लिख ही उके हैं कि घंटे की सहर्द से भिन्नट की सहर्द १३ उने स्थान में गति करती है ॥

$$\therefore \text{य} = १३ (\text{य} - ५)$$

$$= १३ \text{ य} - ६०$$

प्राणात रान यन और योग करने से ११ य = ६०

$$11 \text{ का भाग देने से य} = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11}$$

इस कारण एक बजे के उपरान्त $5 \frac{5}{11}$ भिन्नट में घंटे और भिन्नट होनों की सहर्द मिल जाती हैं ॥

(१६) आगरे से कोयल ३० को सहै और एक घोड़े की डाक आगरे से चल कर कोयल में ८ घंटे में आ पहुँची और जिस समय आगरे की डाक चली उस से एक घंटे पीछे कोयल की डाक चली और वह आगरे तक ७ घंटे में पहुँची तो बतला आ कि वे होनों डाक-आगरे से कितनी दूर पर सड़क में मिली होंगी ॥

कल्पनाकरो कि होनों डाक आगरे से य, को सपरभित तो है तो उस मिलने के स्थान से कोयल (३० - य) को सहर्द रख जायगी आगरे की डाक ८ घंटे में को सतक जाती है इसलिये बदला क २ घंटे में $\frac{30}{8}$ वा ५ को सचलती

होगी ऐसे ही को यत्की डाक एक घंटे में $\frac{3}{4}$ को स
चलेगी ॥

॥त्रैशिक से ॥

ज्ञास को स घंटा घंटा

$\frac{5}{4} : \text{य} :: \frac{9}{4} : \frac{3}{4}$ इतना समय आगरे की डा
क को यको स चलने में लगा

को स को स घंटा $\frac{7(30-\gamma)}{30}$ इतना समय को यत
 $\frac{30}{\gamma} : (30-\gamma) :: 9 : \frac{3}{4}$ की डाक को $(30-\gamma)$

को स चलने में लगेगा और को यत की डाक आगरे की
डाक से १ घंटा पीछे चली जै इसलिये को यत की डाक
के समय में एक घंटा और बिला दो तो योग आगरे की
डाक के समय के बराबर होगा ॥

$$\therefore \frac{\gamma}{4} = \frac{7(30-\gamma)}{30} + 1$$

$$= \frac{7(30-\gamma) + 30}{30}$$

$$30 \text{ का गुणा करने से } 7\gamma = 7(30-\gamma) + 30$$

$$= 210 - 7\gamma + 30$$

$$\text{प्रकार तरान यन और योग करने से } 14\gamma = 240$$

$$14 \text{ का भाग देने से } \gamma = \frac{240}{14} = 16 \frac{4}{7} \text{ को ल}$$

पर आगरे से दोनों डाक बिलीं होंगी ॥

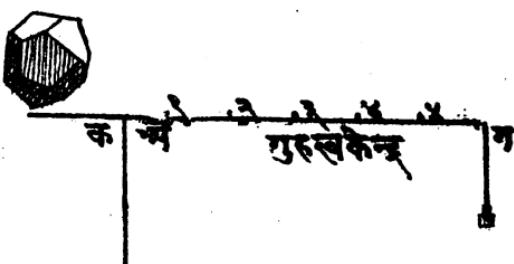
(७) एक पत्थर १३ मन १३ सेर का है और इस पर
पत्थर २४ सेर का, और इस पर एक मज़बूत लहा

हे तो बतला आ कि भारी पत्थर से किंतनी दूर पर रोक
लगावें जिस पर लड़े को रखकर उसके छोर पर भारी प
त्थर को लटका न रखकर दूसरे सिरे पर हस्त का प
त्थर लटका दें जिस्ते भारी पत्थर ऊपर को उठ आवे ॥

गति विद्या में पहलातनि कलती है कि सरलोत्तोलन
दण्ड के एक छोर पर जो बोन वावललम्ब रुपी लगाया जा
य तो वह आधार के गिर्ह घूमे गा वा उसका एक सुजनी
चे को ऊपर आ और दूसरा ऊपर को चढ़ाया गा और आधा
र से जितनी दूर पर बल बोन लगा हो उस दूरी के बल
बोन के परिमाण से गुणा करोतो यह उस दण्ड के आधा
र पर घूमने की शीघ्रता का मापका होगा ॥

वा उस बोन के गति का रक्षण का परिमाण होगा ॥

सरलोत्तोलन दण्ड का अर्थ उठाने की सीधी लकड़ी
है जैसे तराजू की हँड़ी देंकली सुज आदि को गति विद्या
में उत्तोलन दण्ड कहै गे आधार राष्ट्र का अर्थ रोक वा
देक है जैसे तराजू की हँड़ी के बीच में जो छेद होता है
और उसमें रस्ती पिरो के कपड़ा बाँध लेते हैं उसस्था
न पर जो हँड़ी को चंगली पर थाम्भोतो दोनों ओर तुली
रहेगी इस
लिये स्थान
की संज्ञाआ
धार रक्षी
है परनुद्द
तना आव
यथ चाहिये कि हँड़ी कि सीजगह से नवतीन हो अर्थात्



उसका काए अति कगेर हो प्रथम दस वर्ष में लड़े बाहंदी
का बोन गिनो ॥

कल्पना करो कि क ग दंड है और अध्याधार वा टेक
है और क छोर पर के भारी बोग के उठाने के स्थिति ग छोर पर
हल का बोग लटकाया गया है और कल्पना करो कि क अ-
भुज = य हाथ तो क ग = ८-य हाथ ।

१३ मन ३३ सेर = ५५२ सेर

भारी बोग के परिमाण ५५२ सेर को उसके अधार की य दूरी
से गुण करो तो बात दंड के एक अज पर जो भारी बोग का दबाव
होगा उसका परिमाण होगा जैसे $552 \times y$ ऐसे ही दूसरे अज पर
जो हल के बोग का दबाव होगा उसका २४ (८-य) होगा
और अब दंड के दोनों अज पर समान दबाव होगा तो दंड अ-
धार पर स्थिर रहे गा ॥

इस कारण ५५२ य = २४ (८-य)

= १४४ - २४ य

पक्षान्तर गन्यन से ५७६ य = १४४

$\therefore y = \frac{144}{576} = \frac{1}{4}$ हाथ = २ गिरह इस स्थिति
जो टेक बढ़े बोग से दो गिरह पर लगाई जाय तो दोनों बोग दो
नों और तुले रहेंगे इसका कारण जो टेक को बढ़े बोग की ओर
झटका कर रक्खा तो बढ़ा बोग उठ जायगा ॥

कारण यह है कि छोटे बोग का ऊकाब अधिक हो जाता है
दूसरे जो सह बाहंदी ऐसी हो कि वह बराबर एक सी गो
त हो लौ उस जगह बोग में भी एक सी हो अर्थात् उस द-
एही की लकड़ी ऐसी नहो कि उसका एक भाग दूसरे उसनहीं
बढ़े भाग से तो ल में अधिक हो ऐसी दख्ती को जो नीक धीच में

याम्पोगे तो वह उस स्थान पर रह रही रहेगी ज्याति दरड़ी का सुरु
त्व केन्द्र उसके बीच बीच में होगा और पूर्वोक्त वस्त्र में कल्पना
करो कि वैसे सहृदय दरड़ी का बोक् २० से रहे ॥

तो इहाथ की दरड़ी के बीच में ३ हाथ पर गुरुत्व केन्द्र
का स्थान होगा और इसलिये उसकी दूरी आधार से ३-प
होगी ॥

गतिविद्या के साथ के अनुसार जब दोनों बोक तुले रहें ।

$$\begin{aligned} \text{तो } 45\text{ य} &= 24(4-\text{य}) + 20(3-\text{य}) \\ &= 96 - 24\text{य} + 60 - 20\text{य} \\ &= 156 - 44\text{य} \end{aligned}$$

प्रसान्न गवन्यन से $45\text{ य} = 20\text{ य}$

$$\begin{aligned} 45\text{ का भाग देने से } \text{य} &= \frac{30\text{ य}}{45\text{ य}} \text{ इरह} = \frac{30\text{ य}}{45\text{ य}} \text{ गिरह} \\ &= \frac{30\text{ य} \times 2}{45\text{ य}} = 2 \cdot \frac{2}{3} - \frac{1 \cdot \frac{2}{3}}{45\text{ य}} \\ &= 2 \cdot 7 \cdot 4 \text{ गिरह} \end{aligned}$$

इसलिये जो टेक बड़े बोक से $2 \cdot 7 \cdot 4$ गिरह से कम दूरी पर
लगाई जाय तो बड़ा बोक उठ जायगा ॥

तीसरे जो सामान्य दंडी हो जैसी उस लकड़ी आदि—
तील नै की दंडी होती है और कल्पना करो कि इहाथ की दंडी
का गुरुत्व केन्द्र आधार की ओर दंडी के तिरे से $3 \cdot \frac{2}{3}$ हाथ प
र है तो गुरुत्व केन्द्र स्थान आधार से $3 \cdot \frac{2}{3} - \text{य}$ हाथ की दूरी
पर होगा और मानो कि दरड़ी का बोक् २० से रहे ॥

$$\begin{aligned} \text{गतिविद्या के साथ के अनुसार जब दोनों बोक तुले रहे हैं } \\ \text{गोगो } 45\text{ य} &= 24(4-\text{य}) + 20(3-\frac{2}{3}-\text{य}) \\ &= 144 - 24\text{य} + 70 - \frac{40}{3}\text{ य} - 20\text{य} \end{aligned}$$

त्रिवृत्ति रुपीय = ११४ - ४४ य

पश्चान्तरनयनसे पर्द्य = ११४

॥ कुरुते रुपीय = $\frac{११४}{५६८}$ हाथ = $\frac{११४ \times ८}{५६८}$ गिरह

$$\text{पर्द्य} = \frac{११४ \times ३}{११४} = ३ \frac{३}{४} \text{ गिरह } \frac{९}{११४}$$

$$= २\cdot८\cdot७ \text{ गिरह}$$

इसलिये जो देक बड़े बोग से २.८७ गिरह से कम दूरी पर लगाई जाय तो बड़ा बोग उठ जायगा ॥

(१८) केवल दूधका सजातीय गुरुत्व १००३ है और पानी मिले दूध का सजातीय गुरुत्व १००२६२५ है तो उत्तमाशो कि दूधमें कितना पानी मिला है ॥

परिभाषा जितने स्थान में एक पदार्थ अभ्याता हो उसमें जितना जल अभ्याते उसके बोग से जैशुना पदार्थ का बोझ हो उसे उस पदार्थ का सजातीय गुरुत्व कहते हैं ॥

जैसे चाँदी का सजातीय गुरुत्व १००.५ वा १०१ है उससे यह अर्थ है कि जितने स्थान में कुछ चाँदी अभ्याता है उसमें जितना जल अभ्याय उसके १०१ गुने बोझ के बराबर चाँदी का बोझ होगा। पेर्से दी दूध का १००३ यह जो सजातीय गुरुत्व लिखा है उसका भी यह अर्थ है कि जितने स्थान में कुछ दूध अभ्याता हो उतने स्थान में जो जल भर दिया जाय तो उसके बोग से दूध का बोझ १००३ गुना होगा ॥

कल्पना करें कि यसेर दूधमें १ सेर पानी मिला है तो के कल्प य सेर दूध का बोग य सेर पानी के १००३ के गुने बोग के बराबर होगा ॥

अर्थात्

$$\begin{aligned} \text{य सेर के बल दूध का बोझ} &= १०० \text{ गुना य सेर पानी का बोझ} \\ &= १०० \times y \times १ \text{ सेर पानी का बोझ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{य सेर} = \text{प्रयोग } १ \text{ सेर वा } y \times १ \text{ सेर}$$

इसलिये प्रयोग में १ सेर पानी मिलाया तो य सेर दूध को
एक सेर पानी का बोझ ॥ वा

$$(y+१) \text{ सेर पानी मिले दूध का बोझ} = १०० \times y \times १ \text{ सेर}$$

$$\begin{aligned} &\text{पानी का बोझ} \\ &+ १ \text{ सेर पानी का बोझ} \\ &= (१ + १००y) \times १ \text{ सेर पानी का बोझ} \end{aligned}$$

परन्तु उन्हें के घर सार पानी मिले दूध का समानीय गुरुत्व
वा १०२६३५ है वा पानी मिला दूध के बल पानी से ज्ञात भौम
१०२६३५ गुना है इसलिये पानी मिले दूध (y+१) सेर का
बोझ के बल पानी (y+१) सेर के बोझ से १०२६३५ गुणा होता
चर्यात्

$$\begin{aligned} (१) \text{ सेर पानी मिले दूध का बोझ} &= १०२६३५ \times (y+१) \\ &\text{सेर के बल पानी का बोझ} \\ &= १०२६३५ \times y + १०२६३५ \times १ \text{ सेर} \\ &\text{पानी का बोझ} \\ \therefore (y+१) \text{ सेर पानी} &= (y+१) \text{ वा } १ \text{ सेर पानी} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{और आगे लिख दी जूने के लिए } (y+१) \text{ सेर पानी मिले दूध} \\ \text{का बोझ} &= (१ + १००y) \times १ \text{ सेर पानी का बोझ} \end{aligned}$$

$$\therefore (१ + १००y) \times १ \text{ सेर पानी का बोझ} = १०२६३५ \times y + १०२६३५ \times १$$

× १ सेर एक सेर पानी का बोझ इसका भाग होने से

$$1 + १००y = १०२६३५(y+१)$$

पश्चात्तरनयन से (१०३—१०२६३५) य = १०२६३५—१
योग करने से .००२७५ य = .००२६३५
.००२७५ का भाग देने से य = $\frac{.००२६३५}{.००२७५} = ७$

इससे यात्रु पहुँचा है कि ७ सेर दूध में १ सेर पानी मिला है वह सलिये पानी मिले दूध में अपेक्षा पानी है ॥

(१६) एक घनउष्टकानगर उच्चे पर उसता था उसने कुछ दूर पर बन्दुक छूटतीं वेरजासा दैरवा और इसके २६ घुंघु विपल वर्ष १०२६ से कए ही छे बंदुक की शावाज सुनी तो बतलाये कि बंदुक उस घनउष्टक से कितनी दूर पर छूटी और मानो कि उजासा १ सेकेंड वा २ घुंघु विपल में १८२०० मील तक लगता है और यह १०८ घुर एक सेकेंड में पहुँचता है ॥

कल्पना करें कि घनउष्टक से य दूरी पर बंदुक छूटी उजासा ला बंदुक से जितने सकें ह में घनउष्टक पहुँचा उसका परिमाण वैराशिक से निकालने हैं ॥

मील	मील	सेकेंड	सेकेंड
१८२०० :	य ::	१	१८२००

$3 \times 10^2 \times 18200$ या 54600 घुर का १ मील होता है ॥

शब्द बन्दुक से निकल कर जितने सेकेंड में घनउष्टक पहुँचा उसका परिमाण वैराशिक से निकाल न है ॥

य मील = $3 \times 10^2 \times$ पघुर

घुर	घट	सेकेंड	सेकेंड
१०८० :	$3 \times 10^2 \times$ य ::	१	$\frac{3 \times 10^2 \times \text{य}}{10800}$

और पश्च के अनुसार उजासा और शब्द के पहुँचने में १०८० सेकेंड का अन्तर है ॥

$$\therefore \frac{3 \times 10^2 \times \text{य}}{10800} - \frac{\text{य}}{18200} = 10\frac{2}{3}$$

$$\text{वा } \frac{3 \times 175 \times 15^{\frac{1}{2}} \times 1000}{100 \times 15^{\frac{1}{2}} \times 1000} = \frac{15^{\frac{1}{2}}}{100} \times \text{य} = 10 \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{य} = \frac{100 \times 15^{\frac{1}{2}} \times 1000 \times 10 \frac{1}{2}}{3 \times 175 \times 15^{\frac{1}{2}} \times 1000 - 100}$$

$$= \frac{100 \times 15^{\frac{1}{2}} \times 1000 \times 10 \frac{1}{2}}{10125000} = 2 \frac{1}{2} \text{ मील ॥}$$

(२०) सोने का सजातीय शुरुत $15 \frac{1}{2}$ है और चाँदी का सजातीय शुरुत $10 \frac{1}{2}$ है और एक सुनार के पास चतुर्भुजाधन फुट सोना $27\frac{1}{2}$ पौंड वा 130 सेर है तो बतला जो कि बह केवल सोनाही है वा उस में चान्दी मिली है और जो चान्दी मिली है तो कितना सोना है और कितनी चाँदी है वन फुट का अर्थ है एक फुट लंबा एक फुट चौड़ा और एक फुट गहरा और 15 औन्स वा 5 छद्मों का एक पौंड जा आध सेर होता है ॥

एक बन फुट पानी में 100 औंस वा 500 छद्मों के बोझ होता है और सबर्ण शाकी से $15 \frac{1}{2}$ गुना भारी होता है इस लिये 1 बन फुट सोना 1 बन फुट पानी के बोझ से $15 \frac{1}{2}$ गुना भारी होगा वा $15 \frac{1}{2} \times 100$ औन्स वा $15 \frac{1}{2} \times 500$ औन्स तोल में बोझ और इस कारण $\frac{1}{2}$ बन फुट सोना 500 औन्स वा 100 पौंड और $15 \frac{1}{2}$ औन्स तोल में होगा और सुनार के पास जो $\frac{1}{2}$ बन फुट सोना है वह 260 पौंड तोल में है इस कारण वह कोल सोना लगी नहीं है ॥

1 बन फुट चान्दी एक बन फुट पानी के बाहर से $10 \frac{1}{2}$ गुना होती है वा $10 \frac{1}{2} \times 100$ औंस वा $10 \frac{1}{2} \times 500$ औंस तोल में होती है इस कारण $\frac{1}{2}$ बन फुट चान्दी $15 \frac{1}{2} \times 500$ औन्स वा $15 \frac{1}{2} \times 100$ पौंड और $15 \frac{1}{2}$ औन्स तोल में होगी और सुनार के पास

जो $\frac{1}{4}$ घन कुट सीना है वह २०० प्रोएड तौल में है इस कारण वह चान्दी से अधिक भारी है और सीने से हलता है सलिये उस सीने में चान्दी और सीना दोनों मिलते हैं ॥

कल्पना करो कि १ घन कुट का वे भाग सुवर्ण है तो $\frac{1}{4} - \frac{1}{y}$ भाग चान्दी होगी और उपर लिख ही उके हैं कि १ घन कुट सुवर्ण $\frac{१०५०}{१०५०} = १०५०$ औन्स तौल में होता है इसलिये १ घन कुट का वे भाग सुवर्ण $\frac{१०५०}{१०५०} = \frac{१०५०}{१०५०}$ औन्स तौल में होगा ऐसे ही $(\frac{1}{4} - \frac{1}{y})$ भाग चान्दी $१०५० (\frac{1}{4} - \frac{1}{y})$ तौल में होगी परन्तु प्रश्न के अनुसार चान्दी और सीना दोनों का बोन मिलकर २०० प्रोएड वा ४१६० औन्स है ॥

$$\therefore \frac{१०५०}{१०५०} + १०५० (\frac{1}{4} - \frac{1}{y}) = ४१६०$$

$$\frac{१०५०}{१०५०} + \frac{१०५०}{४} - \frac{१०५०}{१०५०} = ४१६०$$

$$\frac{१०५०}{१०५०} + २६३५ - \frac{१०५०}{१०५०} = ४१६०$$

य से यथा लिया तो $१०५० + २६३५ - १०५० = ४१६०$ य

पहांत गन्यन और योग करने से $४१६० - १०५० = ३११०$
 $\therefore y = \frac{१०५०}{४१६० - १०५०} = \frac{१०५०}{३११०}$ इसमें के ३०७ हर के स्थान में आठन मान जाने के लिये ३०० रखा । तो

$$y = \frac{१०५०}{३००} = \frac{१०५०}{३००} = \frac{१५}{५} \therefore \frac{1}{y} = \frac{५}{१५} = \frac{१}{३} = \frac{१\times ४}{३\times ५} = \frac{४}{१५}$$

$\frac{24}{24} = \frac{1}{1}$ यह सुवर्णका परिमाण हुआ और $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} =$

$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{0}{4}$, यह चान्दीका परिमाण हुआ ॥

इसलिये जो १ संपूर्ण घनफूट के १४० तुल्य खण्ड किये जायें तो चतुर्थी घनफूट में २४ भाग सुवर्ण हो गये और ११ भाग चान्दी क्योंकि $24 + 11 = 35 \times 4 = 140$ ॥

॥अभ्यासके लियेउदाहरण ॥

(१) वह कौनसी संख्या है कि जो उस संपूर्ण संख्या में उस का आधा जोड़ दें तो योग २४ हो ॥

(२) वह कौनसी संख्या है कि जो उसमें उसके दोहरी यांश जोड़ दें तो योग २० हो ॥

(३) वह संख्या कौनसी है कि जो उसके आधे और तीयांश में ३ का अंतर हो ॥

(४) वह कौनसी संख्या है कि उसका चतुर्थांश उसके पंचमांश से ३ के तुल्य बढ़ा हो ॥

(५) एक ऐसी राशि है कि उसमें से दो घटाकर शेषको दो संख्याकर बात निकालते और उस पूर्व राशि में से जो ४ को घटा कर शेषको ४ यांश कर देतो यह बात पूर्व बात के तुल्य हो जाता है तो बतला जो कि ऐसी कौनसी राशि है ॥

(६) ४० के से ऐसे संख्याकरों कि जो छोटे खण्ड के द्वांश को बड़े खण्ड के पंचमांश से घटावें तो शेष ५ रह जाय ॥

(७) २५ के ऐसे दो भाग करों कि एक भाग दूसरे भाग के तीन चतुर्थांश के तुल्य हो ॥

(८) दो ऐसी राशियाँ निकालो जो बड़ी राशि में छोटी राशि

का भाग दें तो लब्धि ७ मिले और जो बड़ी राशि में से होती राशि को घटाकर तो भी शेष ७ ही रहे ॥

(८) २० रुपयों को ४ लड़कों में इसरीति से बाँटेकि सब से बड़े लड़के को दूसरे लड़के से ५ अधिक मिले और दूसरे लड़के को तीसरे लड़के से ५ अधिक मिले और ऐसे ही तीसरे लड़के को चौथे लड़के से ५ सिवाय मिले ॥

(९) ३३ हाथरसी है उसके ऐसे चार दुकड़े करोकि दूसरा दुकड़ा पहिले दुकड़े से १ २ हाथ बढ़ा हो और तीसरा दुकड़ा दूसरे दुकड़े से २ ३ हाथ बढ़ा हो और चौथा दुकड़ा तीसरे दुकड़े से ३ ४ हाथ बढ़ा हो ॥

(१०) सरफ़ की दृक्कान पर ७ की अठनी और चौचनी भुजाने पर या और मेने उसे कहा कि मुझे अठनियाँ से चौष्ण नियाँ दूनी हैं तो बतलाओ कि वह मुझे कितनी अठनियाँ हेगा और कितनी चौष्ण नियाँ ॥

(११) बराबर दो अचनी बराबर चौचनी बराबर चूरचनी और बराबर रुपये भिलकर १५ के तुल्य हैं तो बतलाओ कि दो अचनी चौचनी आदि कितनी २ हैं ॥

(१२) मेरे पास कितने रुपये हैं उन से पाँच गुनी अठनियाँ हैं और सर्वधन २८ रुपये हैं तो बतलाओ कि मेरे पास कितने रुपये हैं और कितनी अठनियाँ ॥

(१३) एक लड़के की अवस्था से बाप की अवस्था चौगुनी है परन्तु तीन वर्ष पहिले जिना की अवस्था लड़के की अवस्था से सात गुनी यी तो बतलाओ कि दूर एक की क्या अवस्था है ॥

(१४) एक मनुष्य के दो पुत्र हैं उनमें बड़ा पुत्र छोटे पुत्र

मेरे २ वर्ष बड़ा है और दोनों पुत्रों की अवस्था ज्यों का प्रयोग
पिता की अवस्था के तुल्य है और जो पिता की अवस्था में
वहे पुत्र की वर्तुर्णश अवस्था जो इदें तो उसकी ८० वर्ष की
अवस्था हो जाय तो बतलाओ कि हर एक की अवस्था का
होगी ॥

(१६) एक सुरुष और लड़ी की अवस्था मिलकर ८० वर्ष की
है और २० वर्ष पहिले लड़ी की अवस्था सुरुष की अवस्था
का दोहरीयांश थी तो बतलाओ कि हर एक की अवस्था
क्या है ॥

(१७) एक ऐसा भिन्न है कि उसका हर अंश से १ के तुल्य
बड़ा है और जो अंश में से १ घटाये और हर में एक जो
इदोतो भिन्न $\frac{1}{2}$ के तुल्य हो जाता है तो बतलाओ कि पूर्व
भिन्न कोनसा है ॥

(१८) एक ऐसा भिन्न है कि उसका अंश हर से २ के तुल्य
छोटा है और जो अंश में से १ घटाये और हर में अंश जो
इदोतो भिन्न $\frac{1}{4}$ के तुल्य हो जाता है तो बतलाओ कि पूर्व
भिन्न कोनसा है ॥

(१९) एक विद्यार्थी से इच्छा कि तू गक्संख्या के आधे में
४ का भाग दे और दूसरी आधी संख्या में ८ का भाग दे और
दोनों लक्ष्यों का योग बतला दे तो उस विद्यार्थीने शीघ्र
तासे एक ही बार उत्तर लाने के लिये संपूर्ण संख्या में ५ का
भाग दिया परंतु दूसरा लक्ष्य से शुद्ध उत्तर ३ के समान बड़ा
है तो बतलाओ कि वह कोन सी संख्या है ॥

(२०) १२ बजे के उपरात्र घंटे की सुई डीक भिन्न लौसुई
के समूख है तो बतलाओ कि १२ में कितने भिन्न घंटी तक ३

हैं ॥

(११) एक मनुष्य के पास बड़ी यीउ से जब मेंने पूछा कि कैबजे हैं तो उसने मेरी परीक्षा करने के लिये सक्षम दिया कि ५ और ८ बजे के बीच में समय है और बंधे की सुदृश्यों एक स्थान पर हैं तो बतलाओ कि ५ पैकितने मिनट बहुत हुए होंगे ॥

(१२) एक मनुष्य को आवश्यक काम के लिये एक प्लॉस गाँव है बड़ा भेजा परंतु उसे कुछ कदम जाकी रह गया था दूसरिये उसे लौटाने के लिये १ बड़ी बीच से दूसरे मनुष्य भेजा पढ़िला मनुष्य इस परिमाण से चलता था कि वह ४ कोस ८ बड़ी में पहुँच जाता और दूसरे मनुष्य ५ तु कोस ८ बड़ी में पहुँच जाता तो बतलाओ कि दूसरे मनुष्य को पढ़िला मनुष्य गाँव से कितनी दूर पर मिलेगा ॥

(१३) एक हौज में तीन मोरियों की राह से २० पल में २० भन पानी भर जाता है और तीसरी मोरी में हाकर जितना जल एक पल में आता है उसे १ मोरी में तो ५ मन पानी दर पल में कमती आता है और दूसरी मोरी में स्तर पल में १० मन पानी आधिक आता है तो बतलाओ कि हर एक मोरी की राह से हर पल में कितना जल हौज में निरता है ॥

(१४) एक आदमी और लड़के ने १ खेत का ढने को ११ श्यामे का दे का लिया परंतु जब संपूर्ण काम का दो पंचर्मा रुप दो गया तब लड़का बैठ रहा और आदमी ज्ञके लेने का मात्रा तकिया और जितने दिनों में वे मिलकर काम करते उन्हें से १ तु दिन आधिक लगा और लड़का आदमी से आधा का भकरता दूसरिये लड़के को भर्द से आधी भज दूरी लियी गयी

वतलाशोकि दोनोंको क्या रेज मिलता होगा ॥

॥२ अभ्यास के लिये परिभाषा संबंधी जो प्रश्न हैं उनके उत्तर नीचे लिखते हैं ॥

	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	३०	(५)	१३	(६)	३८	(१३)	३४	
(२)	६	(६)	२५	(१७)	६३	(१४)	६४	ध्वक
(३)	७	(७)	६३	(१७)	०	(२४)	६४	
(४)	०	(८)	१०	(१२)	२			

(१६) २२ कृक्षय, ३ क्षय, ३, प्रय, क्षय, क्षयर

(१७)	५	(२२)	१०	(१४)	८	(२७)	३	
(१८)	११	(२३)	१०	(१८)	१३	(३७) म+न-५		
(१९)	१२	(२४)	८	(१७)	१४			
(२०)	७	(२५)	३	(२६)	१५			

॥२ अभ्यास के लिये परिभाषा संबंधी जो प्रश्न हैं उनके उत्तर नीचे लिखते हैं ॥

	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	१८	(५)	०	(६)	३	(१४) म+न-५ -४८

(२)	०	(६)	४८	(१०)	८	(२७) ४
(३)	१४	(७)	१३	(१७)	२५	(१४)-३
(४)	६५	(८)	म+न-४८ (१३)	(१६)	१	(१६)-३
प्रश्न	अभ्यास के लिये जो योग संबंधी उदाहरण हैं उनके					

उत्तरनीचेलिखेहैं॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	२अ+२क	(१६)	२+५अ
(२)	२अ	(२०)	२अ+२ग
(३)	२अ-२क	(२४)	३ल-३र
(४)	२अ	(२५)	३अ+अक-२क
(५)	२अ+२ग	(२६)	६-५य
(६)	१+म+न	(२८)	२अग+२कष
(७)	७म-९	(२९)	२अय-२कर
(८)	४यर+४प	(३०)	२य+२अ
(९)	४-२व+८	(३१)	अ+क+ग
(१०)	६अक-कग+कप	(३२)	य+यर+र+मय
(११)	मन+म-न+१		+नर
(१२)	३अय+२कर	(३३)	५यूर-२अयर
(१३)	५अ-५क+५ग		- अ य+य
(१४)	४यर-य-४	(३४)	३अष्ट+३कष
(१५)	३व-३प+४व		- गष+३अक-शम
(१६)	२७+२व		.
(१७)	८अक+अग-१		.
(१८)	४य+३र		.

॥५ अभ्यास के लिये व्यवकलन संबंधी जो उदाहरण हैं उनके उत्तरनीचे लिखेहैं॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	अ-क+य	(३)	५अ-३ग
(३)	२क-२ग	(४)	८अ-०क

- | | |
|---------------------|-----------------------|
| (५) ४-२-८ | १३५ कौ + ३गै |
| (६) अय + २कर - २ग | १४४ अय - २अै - २पै |
| (७) कग - २अक + २अ | १५५ २अैक + ३अैग + २गै |
| (८) २यै | १६६ ३यर + अ - १ |
| (९) यर - ५यै + ५र | १७७ ५अय - यर + ९ |
| (१०) मन + ४म - ४न | १८८ ५अ + ५क - ५ग |
| (११) यर + ३मय | |
| (१२) ३अकग - ३अक - २ | |

शग - १

॥ ५ अभ्यास के सियेशुणन संबंधी जो उदाहरण हैं उनके उत्तर नीचे लिखेहैं ॥

प्रथम उत्तर	द्वितीय उत्तर
(१) अकयर	१३७ अैकर - कौयर + कषर
(२) -३मनप	१३८ अका + कय + शर + पर
(३) ३म + ३न - ३पै	१४४ ६य - २य - ४
(४) अैपैय + कपैय	१४५ ५पै - प - १३
(५) २अैव + ४अैकव	१४६ ६य - १५य + १०
(६) ४अैय - २अैयर	१४७ १ - य
(७) -३पैर + २पैर - ६यर	१४८ य - ३पै + २पै
(८) -१न + ६न अैय - ८नक्षय	१४९ २अैय + २कपर - अैय
(९) -४अैकय + ६अैगय	१५० ८ - कर
-१० कवय	१५१ अै - अैप - ६पै
(१०) १४ अैर - ११य	१५२ ३५य - ३३य + ४
(११) ४अैयैरस + २कयैल - २गयरल	१५३ ८ - अैपर - १३कर - ६अैयैर्कपर

(३३) अ+न-४ अ+न-२ अ (३५) अ^५—४
 (३४) अग-अकण-अक (३६) य^५-अ
 + कण (३७) अय^५+७
 (३८) य-२+१ य+यस्त्र (३९) ५+५ य+य
 (३०) अक+कय-कर-य (३१) अ^५-१ य+३ य
 र-यर+र (३२) य^५-५
 (३३) २ अ ग-२ अ कण+क (३४) ४ अ^५ य-५ क^५ र
 ग+२ अ य+अ कष (३५) ४ अ^५-६ अ क^५+६ अ
 न-क

॥२. अभ्यासकोलियेभाग संबंधी जो उत्तर हरण हैं
 उनको उत्तर नीचे लिखते हैं।

अभ्य	उत्तर	अभ्य	उत्तर	अभ्य	उत्तर
(१)	य	(१०)	२ अ यर	(१५)	य+१
(२)	७	(११)	-४ अ य	(१०)	ग+घ
(३)	७ य	(१३)	२ क य	(३१)	३-क
(४)	अ	(१४)	२ ग-२ क ष	(३२)	२-अ-५ य
(५)	३ य	(१५)	२ ग-क ष	(३३)	अ+३
(६)	अ	(१५)	-४ य+३ र	(३४)	२ अ क
(७)	-अर	(१६)	१+४ अ क-२ अ ग	(३५)	३ य-५
(८)	-अर	(१७)	-२ अ य+४ क	(३६)	३ य-अ+३
(९)	-३ अ	(१८)	अ-५ क य+८ य	(३७)	अ-क न
		(३८)	५ अ ^५ +३ य ^५		
		(३९)	पैव+४ पैव+३ व		
		(४०)	अ य ^५ -क य ^५ -अ य ^५ य+अ क य+४ य-अ क		

(१७) $16y^2 - 24y^2 + 16y^2 - 48y + 64$

॥७ अभ्यास के लिये तम पहला पर्वत के सं
बंधी जो प्रश्न हैं उनके उत्तर नीचे लिखें हैं ॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	४	(६)	अपय	(१८)	अपर
(२)	३५	(७)	पञ्चक्षय	(१९)	५५
(३)	३०	(८)	३ञ्चक	(२०)	५
(४)	४	(९)	दच्छकग	(२१)	४
(५)	क्षय	(१०)	७मनप		

॥ तस्वितमापवर्त्य संबंधी प्रश्नों के उत्तर
नीचे लिखें हैं ॥

(२२)	१६८	(१८)	१५३०	(२३)	२४ य
(२३)	२४०	(२०)	४३५०४	(२४)	अकग
(२४)	५८	(२१)	अक्षय	(२५)	३४ रु
(२५)	१६८	(२२)	स्वपर	(२६)	कग व

॥८ अभ्यास के लिये भिन्न लस्तुतम रूप करने के
जो उदाहरण हैं उनके उत्तर लिखते हैं ॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	$\frac{2\lambda}{3}$	(५)	$\frac{5}{4}y$	(६)	$\frac{2\lambda+3}{4}$
(२)	२क	(८)	$\frac{1}{2}\lambda y$	(९)	$\frac{2\lambda+1}{2}$
(३)	$\frac{4\lambda y}{3\lambda}$	(७)	$\frac{n-n}{m-n}$	(१०)	$\frac{3\lambda-3y}{2\lambda-2y}$
(४)	$\frac{3y}{2}$	(८)	$\frac{2y-3}{4}$	(११)	$\frac{n-m+n}{n-n+p}$

॥८ श्वभासके लियेभिन्न के जोड़नेश्वैर घदाने
के उदाहरणों के उत्तरतिख्यत हैं।

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(८) $\frac{८}{५}$	(१८) $\frac{८\text{ग}+४\text{ग}+४\text{क}}{५\text{क}}$	(९) $\frac{५}{४}$	(१९) $\frac{५\text{ग}+४\text{ग}}{४\text{क}}$
(१०) $\frac{५\text{ग}+१}{४}$	(२०) $\frac{५}{३}$	(११) $\frac{३\text{ग}+१}{४}$	(२१) $\frac{३}{५}$
(१२) $\frac{५\text{ग}}{४}$	(२२) $\frac{३}{४}$	(१३) $\frac{४\text{ग}-२}{३}$	(२३) $\frac{४\text{ग}-२-२}{३}$
(१४) $\frac{४\text{ग}}{३}$	(२४) $\frac{४\text{ग}+१८}{३\text{ग}+९}$	(१५) $\frac{३\text{ग}}{४}$	(२५) $\frac{३}{४}$
(१६) $\frac{४\text{ग}-४}{३}$	(२६) $\frac{३\text{ग}+४\text{ग}}{३\text{ग}+२}$	(१७) $\frac{३\text{ग}}{५\text{ग}}$	(२७) $\frac{३\text{ग}}{५\text{ग}+३\text{ग}}$
(१८) $\frac{३\text{ग}}{२}$	(२८) $\frac{३\text{ग}}{५\text{ग}}$	(१९) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२९) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}-२}$
(१२) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३०) $\frac{५\text{ग}+३\text{ग}+२}{३\text{ग}+२}$	(२०) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३१) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}+२}$
(२१) $\frac{५\text{ग}-२}{३}$	(३२) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२१) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३३) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}+२}$
(२२) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३४) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}+१८}$	(२२) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३४) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}+१८}$
(२३) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३५) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२३) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३५) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$
(२४) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३६) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}+२}$	(२४) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३६) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}+२}$
(२५) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३७) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२५) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३७) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$
(२६) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३८) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२६) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३८) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$
(२७) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३९) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२७) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३९) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$
(२८) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(४०) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२८) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(४०) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$
(२९) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(४१) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(२९) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(४१) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$
(३०) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(४२) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(३०) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$	(४२) $\frac{५\text{ग}}{३\text{ग}}$

॥ २० अभ्यासके लिये भिन्न के गुणाभाग के जो उद्धा
हरण हैं उनके उत्तर नीचे लिखते हैं॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१) $\frac{3}{2}y$	(२८) $\frac{y}{2}$	(३७) $\frac{y}{2}$	(३९) y क		
(२) $3y$	(२९) $\frac{3y}{20}$	(४०) $\frac{y}{3}$	$\frac{y}{3+y}$		
(३) $\frac{5y}{2}$	(३३) $\frac{y}{6}$	(३८) $\frac{1y+1}{y-2}$			
(४) $2y$	(३४) $\frac{3y}{4x}$	(४०) $\frac{3-3y+y}{y-x}$			
(५) $2xy - 2y$	(३५) $\frac{y}{x}$	(४१) $\frac{2x-2y}{x}$	(४२) $\frac{2x-2y}{y-x}$		
(६) $2x y$	(३६) $\frac{1-2x}{x}$	(४३) $\frac{4-y}{y}$			
(७) $-y$	(३७) $\frac{1+2x}{4}$	(४४) $\frac{4-y}{y}$			
(८) $x^2 y - xy$	(३८) $\frac{4x}{x^2}$	(४५) $\frac{1-y}{x}$			
(९) $x^2 + 4xy$	(३९) $\frac{4x}{x^2}$	(४६) $\frac{1}{y}$			
(१०) $x^2 - 4xy$	(४०) $\frac{4x}{x^2}$	(४७) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(११) $7xy + 4x$	(४१) $\frac{4x}{x^2}$	(४८) $\frac{y}{x}$			
(१२) $4y - x$	(४२) $\frac{4x}{x^2}$	(४९) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(१३) $xy + x$	(४३) $\frac{4x}{x^2}$	(५०) $\frac{y}{x}$			
(१४) $3y - x$	(४४) $\frac{4x}{x^2}$	(५१) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(१५) $x - y$	(४५) $\frac{4x}{x^2}$	(५२) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(१६) $\frac{3y}{4}$	(४६) $\frac{4x}{x^2}$	(५३) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(१७) $\frac{y}{x}$	(४७) $\frac{4x}{x^2}$	(५४) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(१८) $\frac{x-y}{5}$	(४८) $\frac{4x}{x^2}$	(५५) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(१९) $x - y$	(४९) $\frac{4x}{x^2}$	(५६) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(२०) $\frac{3y}{4}$	(५०) $\frac{4x}{x^2}$	(५७) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(२१) $\frac{y}{x^2}$	(५१) $\frac{4x}{x^2}$	(५८) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			
(२२) $y + x^2$	(५२) $\frac{4x}{x^2}$	(५९) $\frac{y}{x} - \text{अय}$			

॥११ अभ्यास के लिये जो कोष संबंधी प्रश्न लिखेहैं
उनके उत्तर नीचे लिखेहैं॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१) श्व	(८)	अयैक्ष्व	(१६)	क्ष्व	
(२) ४-य	(६)	६-५य		२+५य	
(३) ४ य	(१०)	१-य	(१७)	<u>२-५य</u>	
(४) २श्व-२क्ष	(११)	५श्व-३ग	(१८)		
(५) ७+५य	(१३)	श्व		५+५य	
(६) <u>३श्व-२य</u>	(१७)	१-प	(१९)	४य-५य	
(७) क	(१५)	श्व		४य-५य	

॥१२ अभ्यास के लिये जो एक धात एक वर्ण सभी क
रण संबंधी उदाहरण लिखेहैं उनके उत्तर लिखेहैं

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१) य=८	(११)	य=५	(११)	य=५	
(२) य=९	(१३)	य=१३	(२३)	य=५	
(३) य=६	(१३)	य=९	(२३)	य=७	
(४) य=८	(१४)	य=१२	(२४)	य=७	
(५) य=३	(१५)	य=४	(१५)	य=७	
(६) य=४	(१६)	य=१२	(१६)	य=१४	
(७) य=२	(७)	य=८	(७)	य=८०	
(८) य=१	(१८)	य=७	(१८)	य=८४	
(९) य=१०	(१८)	य=१०	(१८)	य=३५	
(१०) य=८	(२०)	य=३०	(२०)	य=५	

(३७) य=७ (३८) य=८ (३५) य=४
 (३९) य=२ (३४) य=७ (३६) य=८

॥१३) अभ्यास के लिये कोष्ट संबंधी सभी करण के जो

उत्तर हरण लिखते हैं उनके उत्तर

लिखते हैं

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
(१)	य=५	(५)	य=६	(८)	य=४

(२)	य=५	(६)	य=५	(९)	य=८
-----	-----	-----	-----	-----	-----

(३)	य=२	(७)	य=३	(१०)	य=७
-----	-----	-----	-----	------	-----

(४)	य=१०	(८)	य=७	(१३)	य=३
-----	------	-----	-----	------	-----

॥१४) अभ्यास के लिये भिन्न संबंधी जो सभी करण ॥

लिखते हैं उनके उत्तर लिखते हैं ॥

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
--------	-------	--------	-------	--------	-------

(१)	य=१०	(४)	य=१०	(७)	य=८
-----	------	-----	------	-----	-----

(२)	य=१०	(५)	य=८	(८)	य=१०
-----	------	-----	-----	-----	------

(३)	य=८	(६)	य=८	(९)	य=८
-----	-----	-----	-----	-----	-----

(१०) य=२

॥१५) अभ्यास के लिये एक घात पद्धति सभी करण

संबंधी जो प्रश्न लिखते हैं उनके

उत्तर लिखते हैं

प्रश्न	उत्तर	प्रश्न	उत्तर
--------	-------	--------	-------

(१)	१८	(५)	१०
-----	----	-----	----

(२)	१२	(६)	१०
-----	----	-----	----

(३)	१८	(७)	१०
-----	----	-----	----

(४)	१८	(८)	१०
-----	----	-----	----

१० और ३०

१० और १५

१० और ८

॥१॥ पहिलाभाग॥

पञ्च	उत्तर	पञ्च	उत्तर
(८) ६॥, ५॥, ४॥, ३॥ (९)	५		
(१०) ५, ६ इन्द्रजीव २३ हाथ (११)	१४०		
(१२) १० अग्नेनीजोर २० जोशमी (१३) ७ रु मिनट १ वजे पहिले			
(१४) ८		(१५) ७ रु मिनट ५ वजे उपरान्त	
(१६) ८ जोर ४०		(१७) २ कोस	
(१८) २५ जोर ६ वर्ष		(१९) २२, ७, १३ मन	
(११) ३५, २८ जोर ७१		(२०) ४ इन्द्र पाई	
(१२) ४४ जोर ३८		(२१) ८ इन्द्र पाई	
(१३) ४		(२२) शर्म भवतु	

इति संख्या प्रियत पथम भागः समाप्तः

