
This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

<https://books.google.com>



13.B.45. Hindi MohL 1/1

Indian Institute, Oxford.
The Lucknow Sparks Library.
Presented
by
Munshi Aetoul Kishore.



MS.

Hindi Vijaganita.
Pt. I.

Anna Beegant 199 Jan

॥ हिन्दी बीजगणित ॥

पहिला भाग

जिसको

पश्चिमोत्तरीय जिलों की पाठशालाओं के विद्यार्थियों के लिये पण्डित मोहनलाल ने अंग्रेजी से

हिन्दी भाषा में उलथा किया

अवध देश के डैरेक्टर आफ पब्लिक इन्स्ट्रक्शन

श्रीयुत विलियम हैण्ड फ़ोर्ड साहब बहादुर

के हुक्म से

स्थान लखनऊ

मतबन्ध मुन्शी नवल किशोर में छापा गया

सन १८८५ ई०

॥ हिन्दी बीज गणित के प्रथम भाग का ॥

सूची पत्र

— ००० —

| प्रकरण के नाम | पृष्ठ | पंक्ति |
|-------------------------------------|-------|--------|
| परिभाषा | ३ | १ |
| संकलन | १४ | १५ |
| व्यवकलन | २४ | ३ |
| गुणन | २५ | १५ |
| भाग | ३६ | १२ |
| सममहत्त्वमापवर्तक | ४७ | ७ |
| लघु समापवर्त्य | ५१ | १८ |
| भिन्न | ५५ | ११ |
| भिन्न संकलन और व्यवकलन | ५८ | ११ |
| भिन्न गुणन और भाग | ६६ | ५ |
| कोष्ठ और शृंखल | ७५ | ८ |
| एक घात एक वर्ण समीकरण | ८८ | २ |
| एक घात एक वर्ण संबन्धी प्रश्न | १०२ | ७ |
| परिभाषा संकलन व्यवकलन आदिसम्बन्धी | . | . |
| प्रश्नों के उत्तर | १३१ | २ |

॥ हिन्दी बीज गणित ॥

॥ पहिला भाग ॥

जैसे अंक गणित में संख्याओं के स्थान में १, २, ३, ४, ५ आदि अंक लिखते हैं वैसे ही बीज गणित में संख्याओं के स्थान में अक्षर लिखते हैं इस गणित को बीज गणित इसलिये कहते हैं कि इससे गणित का मूल मालूम हो जाता है और बीज शब्द का अर्थ मूल है और जैसे पानी की भाँप से केवल लोहे की बड़ी भारी नाव हजारों मन माल लाने के गंगा में पवन की नाई खड़ी खली जाती है और दूसरी देखी नाव जिसको हवा से खींचते हैं उसमें धूल की नाव की अपेक्षा माल भी बहुत कम लदता है और रेंगती सी जाती है ऐसे ही बीज गणित से बड़े २ कठिन प्रश्न सहज में हो जाते हैं और बहुतों के प्रश्न ऐसे हैं जो केवल बीज गणित ही से होते हैं अंक गणित से नाम को भी नहीं होते इस बात को सुगम उदाहरण से दिखाते हैं ॥

॥प्रश्न ॥

बढ़ राशि कौन सी है कि जिसमें १० जोड़ दें तो योग पूर्व राशि से तीन गुना हो जाय ॥

अंक गणित जानने वाले दो दृष्ट राशि की रीति से इस प्रकार गणित करेंगे ॥

प्रथम कल्पना करो कि १० राशि हैं तो २० में १० जोड़ने से ३० हुआ और तीन गुने २० हैं ६० इसलिये ६० और ३० में ३० का अन्तर रहा दूसरे कल्पना करो कि १० पूर्व राशि हैं तो १० में १० जोड़ने से २० हुआ और तीन गुने १० हैं ३० इसलिये १० का अन्तर रहा फिर दृष्ट राशि की रीति से तीस गुने १० वा ३०० में से दस गुने २० वा २०० घटाये तौ शेष १० रहे और दस शेष में दोनों अन्तरों के अन्तर का वा २० का भाग देने से ५ पूर्व राशि मिली ॥

बीज के जानने वाले इस प्रश्न को इस रीति से करेंगे कल्पना करो कि (य) पूर्व राशि है तौ प्रश्न के अनुसार

$$य + १० = ३य$$

इसलिये $२य = १०$ और $य = ५$ पूर्व राशि हुई

बीज के पढ़ने वालों को चाहिये कि दोनों की रीति से जो उत्तर निकला है उनमें देखें कौन सी रीति छोटी और सुगम है बढ़तेरे प्रश्न ऐसे हैं कि उनके उत्तर केवल बीज गणित से ही निकलते हैं और अंक गणित से वे कि सी रीति पर नहीं निकल सकते हैं इस बात की सत्यता दिखाने के लिये जो यहाँ कोई उदाहरण लिखते तौ वह कुछ भी समझने में न आता। आगे बीज के पढ़ने से यह बात मालूम होगी

॥ परिभाषा ॥

राशि शब्द का अर्थ समूह वा ढेर है और इससे हर एक वस्तु का परिमाण जाना जाता है कि वह तैल आदि में कितनी है वा गिनती में कितनी है इसलिये राशि के समझने के लिये अंक लिखते हैं जैसे मनुष्यों की राशि का परिमाण गिनती से जाना जाता है और कपड़ों का परिमाण गजों की संख्या से जाना जाता है बीजगणित में अक्षर अर्थात् जानी हुई राशि जैसे १० आदमी २० घोड़े आदि के स्थान में अ, क, ग, आदि अक्षर लिखते हैं और अव्यक्त अर्थात् अनजानी हुई राशि के स्थान में जैसे अक्षर में प्रयुक्त जाय कितने गज कपड़ा है वा कितने मन नाज है इसके स्थान में य, र, ल, व, आदि अक्षर लिखते हैं अक्षरों के रखने में गणित सहज से थोड़े में हो जाती है क्योंकि २२४५६ के स्थान में (अ) लिख सकते हैं ॥

जोड़ना घटाना गुणा भाग आदि के चिन्ह लिखते हैं + यह चिन्ह जोड़ने का है इससे धन कहते हैं द्रव्य के इकट्ठे होने को धन कहते हैं इसलिये जब यह चिन्ह दो राशि के बीच में हो तौ जानो कि बाईं ओर की राशि में जोड़नी और की राशि जोड़नी है जैसे अ + क० अ धन क पढ़ेंगे इसका यह अर्थ है कि अ राशि में क राशि जोड़नी है

और कल्पना करो कि अ राशि ५ के बराबर है और क राशि ७ के बराबर है तौ अ + क ५ + ७ का १२ के बराबर होगा और जो (ग ४) के बराबर हो तौ अ + क + ग को अ धन क धन ग पढ़ेंगे और वह १२ + ४ वा १६ के तुल्य

होगा ॥

घटाने का चिन्ह - इसे ज्ञान कहते हैं जब धन को अपने पास से दूसरे को उधार देते हैं उस धन को ज्ञान बोलते हैं ॥

इसलिये जब यह चिन्ह दो राशि के बीच में हो तो जानो कि बाईं ओर की राशि में बाढ़नी ओर की राशि घटानी है जैसे अ-क इसे अ ज्ञान क पढ़ते हैं और इसका यह अर्थ है कि अ राशि में से क राशि घटानी है अ के स्थान में १० रक्तो और (क) के स्थान में ६ तो अ-क, १०-६ वा ४ के बराबर होगा और जो (ग) ३ के तुल्य हो तो अ-क-ग इसे अ ज्ञान क ज्ञान ग पढ़ेंगे और वह ४-३ वा १ के तुल्य होगा ॥

गुणा करने का चिन्ह × इसे गुणित अर्थात् गुणा गया पढ़ते हैं इसलिये जब यह चिन्ह दो राशि के बीच में हो तो जानो कि बाईं ओर की राशि बाढ़नी ओर की राशि से गुणी जायगी जैसे अ × क इसे अ गुणित क वा क से गुणा हुआ अ पढ़ेंगे और इसका यह अर्थ है कि (अ) राशि (क) राशि से गुणी गई है जो (अ) को ६ मानो और (क) के ४ तो अ × क ६ × ४ वा २४ के तुल्य होगा ॥

और जो (ग) २ के तुल्य हो तो अ × क × ग इसे अ गुणित क गुणित ग पढ़ेंगे और यह २४ × २ वा ४८ के तुल्य है इसी रीति से ३ × य का अर्थ ३ गुणित य है वा तीन य है ॥

× इस चिन्ह के स्थान में बड़धा. ऐसा एक चिन्ह कर देते हैं वा कुछ भी चिन्ह नहीं देते और दो राशि के बीच कोई चिन्ह न होने से यह समझ लेते हैं कि बाढ़नी राशि बाईं राशि

से गुणी गर्द है जैसे अ x क, अक और अक इन सब से यही जानो कि क राशि अ बार जोड़ी गर्द है वा अ राशि से क राशि गुणी गर्द ऐसे ही ७ य से ७ बार य जानो ॥

अ x क x ग, अ.क.ग अ क ग इन सब का एक ही अर्थ है और ३ य से य और र की ३ गुना घात जानो परन्तु जो दो राशि वा एक अंक और राशि के बीच कोई चिन्ह नहीं होता है तो हम उन से दो राशि का घात समझते हैं और पढ़ने में शब्द गुणित छोड़ देते हैं ॥

जैसे अ अ क और ३ य को पढ़ने में अ क और ३ य पढ़ते हैं इसलिये ३ x य और ३ x य वा तीन गुना य और ३ धन य को एक हीन समझो परन्तु अंक गणित में जोड़ने का चिन्ह बड़धा नहीं लिखते इसलिये जब दो अंकों के बीच कोई चिन्ह नहीं होता है तो हम उनका योग समझते हैं जैसे २ ३ का अर्थ २ x ३ है और २३ का अर्थ २० + ३ और दो अक्षर वा एक अंक और एक अक्षर के बीच गुण करने में कोई चिन्ह नहीं रखते परन्तु जब दो अंकों को गुण करना होता है तो उनके बीच x चिन्ह कर देते हैं और यह चिन्ह इसलिये नहीं देते हैं इसके देने से दशांश चिन्ह का नाम हो सकता है ॥

३ x क के ४ x ३ तुल्य है

य x ७ के ७ x ५ तुल्य है

६ x १० के १० x ६

अ x क के क x अ ०००००

अ क के क अ ००००

(६) जिन राशियों के गुण करने से घात मिलता है उनमें से प्रत्येक को घात का गुणक रूप अवयव कहते हैं ॥

जैसे ३५ के ५ और ७ गुणक रूप अवयव हैं क्योंकि 5×7 के ३५ तुल्य है और ३५ के ३ और ५ गुणक रूप अवयव हैं और ५५ के ५ और ११ गुणक रूप अवयव हैं ॥

ऐसे ही ८४ के ७ और १२ में ८ और ८ गुणक रूप अवयव हैं जो राशि दो वा अधिक राशियों के गुण करने से नहीं बन सकती दो तो उसके गुणक रूप अवयव नहीं होते हैं ॥

जैसे ७, १३, १७ में ७ के १ और ७ ही गुणक रूप अवयव हैं और १३ में १ और १३ और १७ में १ और १७ गुणक रूप अवयव हैं इनके सिवाय और कोई दो अंक गुणक रूप अवयव नहीं हैं अथवा कश्च राशि में क का गुण अर्थात् गुणक अहै वा अ का गुणक क है ॥

जैसे सात में एक मनुष्य को दूसरे मनुष्य का सामीक होते हैं और दूसरे मनुष्य को भी पहिले का सामीक होते हैं ३५ में ३ गुणक है क्योंकि ५ को ३ गुणा करने से घात ३५ के तुल्य होता है ॥

और ३५ में ५ का ३ गुण है ५ का ३५ गुण है और (३५) का (५) गुण है और २ (अक ग) में (ग) का अक गुण है (क) का २ अ ग गुण है अ का २ क ग गुण है और अक ग का २ गुण है (अ) राशि के १ और अ ही गुणक रूप अवयव हैं दूसलिये अ का गुण १ है ॥

गुण से राशि को गुण करने से यह समझो कि गुणकी जितनी संख्या होगी उतनी बार राशि जोड़ी गई है जैसे ३५ का अर्थ है कि ३ बार ५ वा ३५ बार अर्थात् ३ का गुण ३५ है वा ३५ का ३ इसमें ५ का गुण ३५ है और केवल (अ) से जानो कि अ राशि एक गुनी है इस कारण उसका गुण

है गुणने में ३ य बार का २ अ क बार कहना ठीक है क्योंकि हर एक अक्षर का अर्थ एक राशि वा संख्या है जैसे ३ य २ नें जो य के स्थान में १० रखें तौ ३ य ३० के तुल्य होगा और ३ य बार २ ३० २ के तुल्य होगा ॥

भाग देने का चिन्ह ÷ दूसको भाजित वा भाग दिया गया पढ़ते हैं और जिन दो राशियों के बीच वह चिन्ह होता है तौ जानो कि बाईं ओर की राशि में दाहिर्न ओर की राशि का भाग लगा है जैसे अ ÷ क इसे अ भाजित क वा अ में क का भाग पढ़ेंगे ॥

और = ÷ ४, २ के तुल्य है परन्तु वृद्धा इस चिन्ह को नही लिखते क्योंकि $\frac{अ}{क}$ भिन्न का यही अर्थ है जो अ ÷ क का है ऐसे ही $\frac{क}{अ} = \div ४$ के तुल्य है क्योंकि दोनों २ के तुल्य हैं ॥

जो (८) परिभाषा कपर लिखी है उन के अभ्यास के लिये उदाहरण लिखते हैं। जो अ १० के तुल्य हो, क, ३ के और य ७ के तौ बतलाओ कि नीचे जो राशि लिखी हैं वे कौन से अंकों के तुल्य होंगी ॥

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------|
| (१) अ + क + य | (७) ७ अ + २ क - २ य |
| (२) अ + क - य | (८) ५ अ - ४ क - ४ य |
| (३) अ - क + य | (९) २ अ क + ३ य |
| (४) अ - क - य | (१०) २ अ + ५ - ३ क य + १० |
| (५) २ अ - य | (११) ७ अ क - अ क य |
| (६) ४ अ + ३ क - २ य | (१२) ३ अ + क य - य य |
| (१३) ३ अ य में य का गुण क्या है ॥ | |
| (१४) ६ अ क य में य का गुण क्या है ॥ | |

(१५) ६ अक्षरों में कय का गुण क्या है

(१६) २अ, २अक, अकअ, ३अकय, मअ, मयय, यअय, और (अकय) प्रत्येक राशि के अक्षरों का गुण क्या है ॥

(१७) २५ का ऐसा गुण क्या है कि जो उसे २५ को गुणा दे तो घात १२५ हो जाय

(१८) ३अय और उय में क्या अंतर है और कल्पना करो कि ७ के तुल्य है

(१९) ३अ+य और ३अ-य में क्या अंतर है जब कि अ १० के और य ६ के तुल्य है ॥

(२०) ३अ+य और ३अ-य में क्या अंतर है जब कि अ ३ के तुल्य और य २ के तुल्य है ॥

जब कि अ १० के तुल्य है और क ३ के तुल्य और ७ के तो बताओ कि

(२१) $\frac{३अय}{७}$ किसके तुल्य है ॥

(२२) $\frac{३अय}{७क}$ किसके तुल्य है ॥

(२३) $\frac{२अ+य}{क}$ किसके तुल्य है ॥

(२४) $\frac{३क+३य}{अ}$ किसके तुल्य है ॥

(२५) $\frac{अ-य}{क}$ किसके तुल्य है ॥

(२६) $\frac{३अ-२य}{क} - \frac{अकय}{२अ}$ किसके तुल्य है ॥

(२७) $\frac{५अय}{क} - \frac{५क+अ}{२य-३क}$ किसके तुल्य है ॥

(२८) $\frac{३य}{४अ+३} + \frac{५कय}{१०अ-१६}$ किसके तुल्य है ॥

(२९) $\frac{२अ+४क}{३य-अ-क} - \frac{अ-२क}{य-क}$ किसके तुल्य है ॥

(३०) $\frac{५अ}{क+य} + \frac{नक}{अ-य} - \frac{५य}{अ-क}$ किसके तुल्य है ॥

जो एक राशि को उसी राशि से कई बार गुणा करो तौ इसे घात किया कहते हैं इसके नीचे उदाहरण लिखते हैं ॥

अ x अ को अ^२ यों लिखते हैं और उसे (अ) का वर्ग वा अ^२ वर्ग वा अ का दूसरा घात कहते हैं ॥

अ x अ x अ को अ^३ यों लिखते हैं ॥

और उसे अ का घन वा अ^३ घन वा अ का तीसरा घात कहते हैं ॥

अ x अ x अ x अ को अ^४ यों लिखते हैं ॥

और उसे अ के वर्ग का वर्ग वा अ^२ वर्ग वर्ग वा अ का चौथा घात कहते हैं परन्तु याद रखो कि, अ और अ^२ का अर्थ एक ही है

और अ और अ^२ में अंतर है आगे पढ़ने से जानोगे कि अ^२, १ के तुल्य है राशियों के ऊपर दाढ़नी और जो १ २ ३ ४ आदि अंक लिखे जाते हैं उन्हें घात मापक कहते हैं क्योंकि उन से राशियों के घात का प्रमाण जान पड़ता है ॥

अ + अ को २ अ यों लिखते हैं अ x अ को अ^२ लिखते हैं ॥

जो अ, ४ के तुल्य होती २ अ, ८ के तुल्य होगी ॥

और अ^२, १६ के तुल्य और यह भी याद रखो कि २ अ का अर्थ अ^२ वर्ग घना है और न कि २ अ का वर्ग ॥

१० घात किया से उलची मूल किया होती है इससे घट मूल राशि निकल आती है जिसमें घात किया कुछ हो। जैसे एक राशि का वर्ग मूल उस राशि को कहते हैं जिस का वर्ग कुछ राशि के तुल्य हो ऐसे ही किसी एक राशि का घन मूल उस राशि को कहते हैं जिस का घन कुछ राशि के तुल्य हो ॥

८ का वर्ग मूल ३ है क्योंकि ३ का वर्ग वा ३ x ३, ९ के तुल्य है २७ का ३ घन मूल है इसका घन वा ३ x ३ x ३, २७ के तु

तुल्य है ऐसे ही अ^2 का वर्गमूल (अ) है क्योंकि $\text{अ} \times \text{अ}$, अ^3 के तुल्य है अ का घनमूल (अ) है क्योंकि $\text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ}$, अ^3 के तुल्य है वर्गमूल का चिन्ह $\sqrt{\quad}$ वा केवल $\sqrt{\quad}$ है घनमूल का चिन्ह $\sqrt[3]{\quad}$ है ॥

बहुधा वर्गमूल का चिन्ह यह $\sqrt{\quad}$ लिखा जाता है परन्तु $\sqrt[3]{\quad}$ यह चिन्ह ठीक है जैसे जब $\sqrt{\quad}$ लिखा है तो अ का वर्गमूल जानो ॥

जिस रीति से $\text{अ} + \text{अ}$ को 2अ लिखते हैं उसी तरह $\sqrt{\text{अ}} + \sqrt{\text{अ}}$ इसे अ का वर्गमूल दूना जानो ॥

इसे $2\sqrt{\text{अ}}$ यों लिखते हैं और २ गुणा अ का वर्गमूल पढ़ते हैं $\sqrt{\text{अ}}$ इस का अर्थ (अ) गुना (२) का वर्गमूल है

$\sqrt{\text{अ} + \text{क}}$ इसका अर्थ अ धन क वा अ और क के योग का वर्गमूल और जिस शक्तिका मूल निकालना हो उस संपूर्ण शक्ति के ऊपर मूल के चिन्ह $\sqrt{\quad}$ के ऊपर का भाग बढ़ाकर खींच दो जो अ के स्थान में १६ लिखें और क के स्थान में ८ तो $\sqrt{\text{अ} + \text{क}}$, $\sqrt{\text{अ}}$ वा ५ के तुल्य होगा और $\sqrt{\text{अ} + \text{क}}$, $\sqrt{\text{अ}}$ वा १९ के तुल्य होगा $\sqrt{\text{अ}}$ इसका अर्थ भिन्न $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ का वर्गमूल है ॥

परन्तु $\sqrt{\text{अ}}$ इसका अर्थ यह है कि अ के वर्गमूल में क का भाग लगा ॥ $\sqrt{\frac{\text{अ}}{\text{क}}}$

॥ २ अभास के लिये उदाहरण ॥

- (१) $\text{अ}^2 + \text{क}^2 - \text{ग}^2$ (५) $१९\text{अ}^2 + २०\text{अ} + २\text{क} + १$
 (२) $१३\text{अ}^2 + ३\text{क}^2 - ४\text{ग}^2$ $\text{क}^2 + \text{अ}^2 + \text{ग}^2$
 (३) $५\text{अ} + \text{क} - २२\text{क}^2 + ३\text{ग}$ (६) $\text{अ} + \text{क} + २\text{अ}$
 (४) $\text{अ}^2 + \text{क}^2 + \text{ग}^2$

- (७) $\frac{८५५५}{३५} - \frac{२५५५}{३५}$ (८) $\frac{५५५}{५} + \frac{५५५}{५} - ५५५$
 (९) $\frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५}$ (१०) $\frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५}$
 (११) $\frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५}$
 (१२) $\frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५}$ (१३) $\frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५}$
 (१४) $\frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५}$
 (१५) $\frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५}$
 (१६) $\frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} + \frac{२५५}{५} - \frac{२५५}{५}$

(१७) जो २ के तुल्य हो तो २५ और २५ में क्या अन्तर होगा ॥

(१८) जो ५; १०० के तुल्य हो तो $\frac{२५५}{५}$ और $\frac{२५५}{५}$ में क्या अन्तर होगा ॥

(१९) जो ५; ६४ के तुल्य हो तो $\frac{२५५}{५}$ और $\frac{२५५}{५}$ में क्या अन्तर होगा ॥

(२०) जो ५, १ के तुल्य हो और ८ के तुल्य तो $\frac{२५५}{५}$ और $\frac{२५५}{५}$ में क्या अन्तर होगा ॥

(२१) जो ५, १६ के तुल्य हो और ८, ४ के तुल्य तो $\frac{२५५}{५}$ और $\frac{२५५}{५}$ में क्या अन्तर होगा ॥

११ = इस अंक की तुल्य है पढ़ते हैं ॥

जैसे $२ + ४ = ६$ अथवा $५ = ५$ इससे अथवा य तुल्य है क के यों पढ़ते हैं और इसका अर्थ यह है कि ५ और ५ का योग ५ के तुल्य है

$८ \div ४ = २$ और $\frac{२५५}{५} = ५$

< इस चिन्ह को छोटा है पढ़ते हैं ॥
जैसे अ < क इस का अर्थ यह है कि अ,
क से छोटा है ॥

∴ इस चिन्ह को इसलिये पढ़ते हैं ॥

∴ इस चिन्ह को क्योंकि पढ़ते हैं ॥

१२ जब कि एक राशि के कई खंड हों और उनके दा-
हिनी और धन चरण चिन्ह लगे हों तो हर एक खण्ड को
पद कहते हैं और राशि के जितने खंड हों उतने ही पद की
राशि कहावेगी । जैसे अ राशि एक पद की है ऐसे ही अश,
अक, अक, अक ग, ये एक पद की राशि हैं और अ-का
दो पद की राशि है ॥

(१३) किसी एक पद की राशि के बाद और धन चिन्ह हो उ
से धन राशि कहते हैं ॥

और जो किसी एक पद की राशि के बाद और चरण
चिन्ह हो उसे ऋण राशि कहते हैं ॥

क्योंकि ०+ (अ) वा + (अ) वा अ एक ही अर्थ इसलिये
जो एक पद की राशि के बाद और + वा - का चिन्ह न हो तो
उसे धन राशि कहते हैं ॥

जो एक राशि कई पदों की हो और उसके धन पदों
का योग चरण पदों के योग से अधिक हो वा कम हो तो संपू-
र्ण राशि भी धन होगी वा ऋण ॥

जैसे कोई मोचारी देखा चाहता है कि मेरे पास कितना
धन है तो पहिले वह अपने पास जो कुछ रुपया होगा उ-
से गिनेगा और कल्पना करे कि उसके पास का धन अ है
फिर जो कुछ उसने रुपया और आदमियों को उधार

दिया हो उसे गिनेगा और माने कि उसे उधार में क रुपये लेने हैं तो उसके पास संपूर्ण धन ३५ + क होगा परन्तु उसे कुछ रुपया देना भी है और वे संपूर्ण धन से कम हैं और उसका मान - ग जानो तो बौपारी के पास शेष धन ले ले के ३५ + क - ग बचेगा और जो संपूर्ण धन से अधिक रुपये देने होंगे तो उस के पास कुछ न बचेगा परन्तु जितना कि ऋण धन से अधिक होगा उतना शेष ऋण उसे और चुकाना होगा और पाद रक्खो कि जबकेवल राशि के बिन्दु का वर्णन हो तो + वा - बिन्दु जानो और ममको कि राशि धन है वा ऋण ॥

॥ मन्त्र ॥

(१) बीज गणित किसे कहते हैं और उसका प्रयोजन क्या है ॥

(२) राशिका क्या अर्थ है ॥

(३) बीज गणित में राशियों के स्थान में अक्षर क्यों लिखते हैं

(४) ३५ + क, ३५ धन क इसका क्या अर्थ है क्या २ + ५ इसका पद अर्थ है कि दो में पान जोड़े जायगे ॥

(५) अंक गणित में ३३ का क्या अर्थ है और बीज गणित में अंक इसका क्या अर्थ है ॥

(६) कौसी राशि के स्थान में ३३ लिखा है ३३ और ३३ - क इन में कौनसी राशि बड़ी है

(७) जो ३५, १ के तुल्य हो क २ के तुल्य और ग ३ के तुल्य तो बताओ कि ३५ क ग, १२३ के तुल्य होगा वा नही और जो उसके तुल्य न हो तो किस् अंक के तुल्य होगा ॥

(८) अंक गणित में ५ $\frac{१}{२}$ इसका क्या अर्थ है और जो

बीज गणित मे ३५ $\frac{क}{ग}$ इसका क्या अर्थ है ॥

(८) धन राशि की परिभाषा के अनुसार + य इसका क्या अर्थ है ॥

(९) एक राशि के गुणक रूप अवयव ६ और ७ हैं तो वे दोनों राशि एक हैं वा नही एक हैं तो क्या हैं और बताओ कि वह कौन सी राशि है जिसके वे गुणक रूप अवयव हैं क्या अंक ग इसका अंक गुणक रूप अवयव है अंक ग जो अक्षर लिखे हैं उनमें प्रत्येक दो अक्षर के बीच में कौन सा चिन्ह लगता है और दो अक्षरों के पास होने से उनका क्या अर्थ होता है ॥

(१०) लिखो कि अंक-ग शब्द से अंक गुण ग इसका क्या अर्थ हुआ ॥

(११) लिखो कि २ अंक + ३ शब्द से दो अंक धन ३ इसका क्या अर्थ है ॥

॥संकलन वा जोड़ना॥

जिन राशियों के केवल अंक गुणक भिन्न हैं तो उन राशियों को सजातीय राशि कहते हैं ॥

जैसे ४ अ, ७ अ, १० अ, समान जाति की राशि ऐसे ही १ अंक, ६ अंक, समान जाति की राशि हैं अ १ अ ५ अ ये भी समान जाति की राशि हैं ॥

जिन राशियों के भिन्न अक्षर होते हैं उन्हें विजातीय राशि कहते हैं ॥

जैसे अ, क, ये विजातीय राशि हैं और २ अ, ३ क, ४ य,

यह भी विजातीय राशि हैं ऐसे ही अ, क, अ, क, अ, क विजातीय राशि हैं ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) ५ अ-३ क, ४ अ+७ क-८ अ-५ क इनमें से सजातीय राशि एक ओर इकट्ठी करो और उनके बिन्दु भीज्यों के त्यों रख दो ॥

| | | |
|-------|-------|---|
| + ५ अ | - ३ क | उत्तर लंब रूप रेखा के एक एक ओर की राशि सजातीय हैं और दोनों ओर की राशि मिलकर विजातीय हैं ॥ |
| + ४ अ | + ७ क | |
| - ८ अ | - ५ क | |

(२) अ+३ अ^३क^३+३ अ^३क^३+२ अ^३+२ क^३+५ अ^३क^३-अ^३ग^३-अ^३क^३ इसमें से सजातीय राशियों को अपने २ बिन्दु सहित एक स्थान में इकट्ठी करो ॥

| | | | | |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--------------------|
| + अ ^३ | + ३ अ ^३ क ^३ | + ३ अ ^३ क ^३ | - अ ^३ ग ^३ | + २ क ^३ |
| + अ ^३ | - अ ^३ क ^३ | + ५ अ ^३ क ^३ | | - क ^३ |

(३) २ अ-३ क+७ कग-५ अकग+२ यर-३ य+५ क^३+७ क^३म-८ अ-२ क^३+६ क^३+१० अ-५ य-यर+य+अकग-२ कग+ग^३-क-३ ग^३ इसमें से समान जाति की राशियों को अपने २ बिन्दु सहित इकट्ठी करो ॥

| | | | | |
|--------|--------------------|--------------------|----------------------|---------|
| + २ अ | - ३ क | + ७ कग | + क ^३ ग | - ५ अकग |
| - ८ अ | + ६ क | - २ कग | + ७ क ^३ ग | + अकग |
| + १० अ | - क | | | |
| + २ यर | - ३ य ^३ | + ५ क ^३ | + ग ^३ | |
| - यर | - ५ य ^३ | + २ क ^३ | - ३ ग ^३ | |
| | + य ^३ | | | |

॥ १५ सजातीय राशियों के जोड़ने की रीति ॥

प्रथम जब जिन राशियों का योग करना हो उनके बाईं और एक से चिन्ह हों चाहे वे सब धन हों वा शून्य हों तो उन के योग करने की यह रीति है कि सब गुणक अंकों का योग करो उसे नया गुणक मानो और उस के बाईं और सजातीय राशि का चिन्ह लिखकर उस गुणक के दाहिनी और राशि के अक्षर लिख दो ॥

जैसे ५ अ में ४ अ जोड़ने से ८ अ होते हैं क्योंकि ५ अ का अर्थ ५ गुना अ वा अ + अ + अ + अ + अ + अ है और ऐसे ही ४ अ का अर्थ ४ गुना (अ) वा अ + अ + अ + अ है इसलिये ५ अ में ४ जोड़ने से ८ गुना (अ) होता है वा ८ (अ) दुआ - १ क इस का यह अर्थ है कि १ क घटाना है और ऐसे ही - १ (क) इस का अर्थ यह है कि १ क घटाना है इस लिये - २ क में - १ क जोड़ने से योग - ५ क के तुल्य है और उस का अर्थ है कि ५ क घटाना है ॥

दूसरे जिन राशियों का योग करना हो उनके चिन्ह - भिन्न हों वा कई राशि के चिन्ह धन हों और कई राशियों के चिन्ह शून्य हों तो धन गुणक अंकों का योग करो और शून्य गुणक अंकों का भी योग करो और बड़े योग में से छोटा योग घटा कर शेष के दाहिनी और सजातीय राशि के अक्षर लिख दो इस संपूर्ण राशि के बाईं और बड़े योग का चिन्ह करो जैसे ५ अ वा + ५ अ में - २ अ जोड़ना हो तो योग + ३ अ के तुल्य होगा क्योंकि + ५ (अ) का अर्थ यह है ५ अ जोड़ना है और - २ अ का अर्थ यह है कि २ अ घटाना है दोनों को मिलाने से योग ३ (अ) के तुल्य दुआ ॥

१ अ-२ अ-५ अ और +१० अ को जोड़ना हो तो उनमें १३ अ धन हैं और ७ (अ) शून्य इसलिये योग +६ (अ) के तुल्य है ॥

-३ अ, १ अ, ५ अ और -१० अ को जोड़ो उनमें ७ अ धन हैं और १३ अ शून्य हैं इसलिये योग -६ अ के तुल्य है

॥ जोड़ने के उदाहरण नीचे लिखते हैं ॥

| | | | |
|-----|------|------|-------|
| २ अ | २ अक | -५ अ | - अक |
| ४ अ | ५ अक | -६ अ | -५ अक |
| ७ अ | २ अक | -२ अ | -३ अक |
| अ | अक | - अ | -२ अक |

| | | | |
|----------|-------|-------------------|---------------------|
| योग १४ अ | १० अक | -१४ अ | -११ अक |
| ४ अ | २ अक | ३ अ ^२ | १५ अक ^२ |
| -७ अ | ७ अक | २ अ ^२ | -७ अक ^२ |
| ५ अ | -६ अक | -६ अ ^२ | -५ अक ^२ |
| - अ | - अक | ७ अ ^२ | ५ अक ^२ |
| अ | +५ अक | -४ अ ^२ | -३ अक ^२ |
| १० अ | अक | -५ अ ^२ | - अक ^२ |
| -६ अ | -८ अक | १० अ ^२ | -१० अक ^२ |

योग = ६ अ ० ७ अ^२ - अक^२

तीसरे जब दो वा अधिक पदों की राशियों का योग करना हो तो सजातीय राशियों का योग अलग २ नि काल लो और दून को अपने २ चिन्ह सहित एक साथ

में रख दो वही उत्तर होगा जैसे २ अ + ३ को १ अ + ४ क में जोड़ना है तो २ अ को ३ अ में जोड़ा तो योग ५ अ हुआ और + ३ क को + ४ क में जोड़ा तो योग + ७ क हुआ इसलिये संपूर्ण योग ५ अ + ७ क के तुल्य हुआ ॥

ऐसे ही जो ३ अ - ४ क को २ अ + ३ क में जोड़ना हो तो २ अ और ३ अ मिलके ५ अ हुए और - ४ क और + ३ क मिलके - १ क के तुल्य है इसलिये योग ५ अ - १ क हुआ ॥

२ अ + ३ क का केवल यही अर्थ है कि २ अ में ३ क जोड़ना है ऐसे ही ३ अ + ४ क का भी यही अर्थ है कि ३ अ में ४ क जोड़ना है इसलिये जब हम कहें कि २ अ + ३ क और ३ अ + ४ क इनको जोड़ लाओ तो इसका यह अर्थ साधारण समझा कि २ अ, ३ क, ३ अ, और ४ क को जोड़ना है ॥

अंक गणित में भी जब उच्च जाति और दीन जाति की राशि जोड़नी होती है तो उच्च जाति की राशियों को अलग जोड़ लेते हैं और दीन जाति की राशियों को अलग जैसे पाद्यों में पाद जोड़ते हैं और स्थान में स्थान और रूप्यों में रूपये ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) ५ अ - ३ क और ४ अ - ७ क इनका योग बताओ
 ५ अ - ३ क ५ अ में ४ अ जोड़ा तो ९ अ
 ४ अ - ७ क भया और ३ क घटाने हैं और ७ क
 योग = ९ अ - १० क भी घटाने हैं इसलिये सब १० क

घटाने हैं वा-१० क॥

(२) ५ अ-३ क और ४ अ+७ क इनका योग निकालो

५ अ-३ क ५ अ में (अ) जोड़ने से यों ८ अ हुआ

४ अ+७ क अ और ७ क धन में से ३ क छूटा नि

योग= ८ अ+४ क कालातो शेष +४ क रहा ॥

(३) ५ अ-३ क, ४ अ+७ क और -८ अ-५ क इन का योग करो ॥

५ अ-३ क यहाँ ८ अ धन हैं और ८ (अ)

४ अ+७ क छूटा इसलिये १ अ बा अ धन रहा

-८ अ-५ क और ७ क धन है और ८ क छूटा

योग= अ- क इसलिये १ क वा क छूटा रहा ॥

(४) ३ अ+४ क ग-३+१०, -५ अ+६ क ग+२ घ
-१५ और-४ अ-८ क ग-१० घ+११ इनका योग
करो

॥सजातीय राशियों को एक दूसरे के नीचे रकवो

३ अ+४ क ग-३+१० सजातीय राशि की पहिली

-५ अ+६ क ग+२ घ-१५ वल्ली में ३ अ धन है ८ अ

-४ अ-८ क ग-१० घ+११ छूटा इसलिये ६ अ छू

योग=-६ अ+ क ग-८ घ+१६ ए वा-६ अ रहा और

दूसरी वल्ली में १० क ग धन है और ८ क ग छूटा है इस

में १ क ग वा क ग धन वा + क ग रहा तीसरी वल्ली में

२ घ धन है और ११ घ छूटा है इस में ८ घ रक्वा-८ घ

रहा और चौथी वल्ली में ३१ धन है और १५ छूटा इस में

१६ धन वा +१६ रहा ॥

॥सजातीय राशियों के योग करने की रीति ॥

भिन्न जाति की राशियों के योग करने में यही अर्थ सम
जो कि राशियों को अपने २ चिन्ह सहित एक सीध में लि-
ख दो जैसे अ- क, ग-घ, और च इनका अ- क
+ ग-घ + च योग हुआ ॥

- दूस का अर्थ यही है कि सब राशि इकट्ठी हैं और यह
याद रखो कि अ + क दूस का अर्थ है कि अ में क जोड़ना
है और यह न समझो कि अ में क जुड़ा हुआ है क्योंकि जब
तक अ और क इनके मान वा संख्या न मालूम होंगी तब
तक अ और क इनका योग नहीं हो सकता ॥

जैसा कोई कहै कि १० मन और ३ सेर पाँच छटाँक
का योग क्या है तो उन्हें एक पंक्ति में इस रीति से लिखेंगे
मन १०, सेर ३ छटाँक ५ और जो कोई पूछे कि एक कमरे
१० लड़के हैं और दूसरे में ५ हैं तो उनका योग क्या होगा
१५ लड़के क्योंकि वे एक ही जाति के हैं इसलिये उन्हें जोड़
देंगे परंतु एक हाते में ३ बैल और दूसरे में पाँच घोड़े हैं तो
उनका योग क्या होगा तो उन्हें अलग २ करके ही बतावेंगे
कि ३ बैल हैं और ५ घोड़े हैं यही उनका जोड़ है कुछ उ-
न को जोड़कर ८ घोड़े वा ८ बैल न बतावेंगे क्योंकि वे विजा-
तीय हैं इसलिये उनका योग नहीं हो सकता और जिन
विजातीय राशियों का योग करना होता है उन्हें अपने -
चिन्हों समेत एक पंक्ति में लिख देते हैं और वैसे ही उन
राशियों का योग समझते हैं ॥

(१७) जिन राशियों का योग करना हो उन में समान जाति
और भिन्न जाति की राशि हो तो १५ प्रकम के अनुसार सजा-
तीय राशिका योग करके उसके बाहिनी और विजातीय

राशियों को अपनेचिन्ह सहित रख दो ॥

(१८) और इसकी कुछ चिन्ता नदी कि योग में अपसरण हो जिस क्रम से रखो परंतु उनके चिन्ह में कुछ अंतर न पड़े और बहुधा योग के अपसरों को वर्णों के क्रम से लिखते हैं ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) अ + २क - ग, अ - ५घ + २ग और य + २ + ३घ इनका योग करो ॥

अ + २क - ग

अ - ५घ + २ग

+ ३घ + ५ + २

अ और असजातीय राशि हैं

- ५घ और + ३घ तथा योग = २अ + २क + ग - २घ + ५ + २

- ग और + २ग तथा

और शेष राशि विजातीय हैं

(२) ३अ - कग, २क - अग, ४ग - अक और अ + क - ग इनका योग करो ॥

३अ - कग

२क - अग

४ग - अक

३अ और अ

अ + क - ग

सजातीय हैं

योग = ४अ + १क + १ग - अक - अग - कग

२क और + क तथा

४ग और - ग तथा

और शेष राशि

विजातीय हैं ॥

(३) यर - ९घ + २और र + ३ इनका योग करो ॥

$$\begin{array}{rcl}
 - १ + २, \text{ और } + ३ \text{ सजातीय हैं} & & \text{बर} - १ \\
 \text{और शेष राशि विजातीय हैं} & & \text{ब} + २ \\
 & & \text{र} + ३ \\
 & & \text{योग} = \text{य} + \text{बर} + \text{र} + ४
 \end{array}$$

(१८) सजातीय और विजातीय राशियों के योग करने के लिये जो रीति लिखी है वे शंक गणित में जो योग करने की रीति लिखी है उनसे मिलती हैं जैसे जब हम को ३ सौ और ४ सौ जोड़ने होते हैं तो हम इन सजातीय राशियों के गुण ३ और ४ के योग वा ७ के बाईं ओर सौ लिख देते हैं इसलिये योग ७ सौ के तुल्य हुआ ॥

जैसे हम ३ सैकड़े ५ दहाई ६ इकाई इन विजातीय राशियों का योग करना हो तो उनको केवल एक सीध में लिख सकते हैं ॥

जैसे ३ सैकड़े + ५ दहाई + ६ इकाई वा सूक्ष्म रीति से ३५६ में लिखेंगे ॥

॥३॥ अभ्यास के लिये प्रश्न लिखते हैं ॥

- (१) अ + क, अ + क इनको जोड़ो ।
- (२) अ + क और अ - क इनको जोड़ो ।
- (३) अ - क और अ - क इनको जोड़ो ।
- (४) अ - क + ग और अ + क - ग इनको जोड़ो ।
- (५) अ - क + ग और अ + क + ग इनको जोड़ो ।
- (६) १ - २५ + ३५ और ३५ - २५ इनको जोड़ो ।
- (७) ५५ + ३ और २५ - ४ ।

- (८) १ वर-२ व और वर+दय।
 (९) ४ प-२ व+१ और ७-३ प इनको जोड़ो।
 (१०) ५ अ क-२ क ग और अ क+क य
 (११) ८ मन+म और १-न-७ मन
 (१२) २ अ य+३ कर और अ य-कर
 (१३) ३ अ+२ क+४ ग और २ अ-३ क+ग
 (१४) ४ र+य-७ और ४ वर-२ य+३
 (१५) ५+व-५ व और २ प व-३ प+२ व
 (१६) ५+२ प व+व और प-२ प व+व
 (१७) ७ अ क-५ अ ग+१ और अ क+६ अ ग-२
 (१८) ७ य-६ र-५-३ र-य+र-२ य+३ र द और ५+८ र
 (१९) ७ अ-८-अ, ८-अ, ७ अ-१-अ-१ और ६+अ
 (२०) अ-३ क+३ ग-घ और अ+३ क+३ ग+घ
 (२१) ८ य-८ र-७ और ३ ल-८ य+६ य+७
 (२२) अ+२ अ क+क और २ अ-अ क-३ क
 (२३) ३ य-६ य+५, र य-३-य और ४-व-२ व
 (२४) अ ग+क घ, क घ-ग घ और अ ग+ग घ
 (२५) अ य-कर, +य र और अ य-य-कर-र
 (२६) य-२ अ य+अ य, य+३ अ य और २ अ-अ य-अ य
 (२७) अ-३ अ क^३ क^३, २ क^३ उ^३ क^३+ग^३, अ क^३ उ^३ क^३ और २
 अ क^३ उ^३ क^३ इन का योग करो ॥
 (२८) ३ य+२ वर, ३ य-यर+र और म व+न र इन
 का योग करो ॥
 (२९) ४ य^३ र ४ अ य र-२ अ य+२ य और य^३ र+अ य र
 +अ य-य ॥

(१०) अघ + कघ = २ गघ, $\frac{1}{2}$ अघ $\frac{1}{2}$ कघ और $\frac{1}{2}$ अ क
+ २ गघ = अ ग ॥

॥ व्यवकालन वा घटाना ॥

(११) एक राशि में से दूसरी राशि का घटाने की रीति ॥

प्रथम जो राशि सजातीय हों और उन के चिन्ह भी एक
से हों अर्थात् सब धन हों वा ऋण तो उन राशियों के अंतर
निकालने की यह रीति है कि उन के गुण का अंतर निका
ल के संसके बाईं ओर सजातीय राशियों का चिन्ह कर दो और
रत्न के अक्षर उसके दाहिनी ओर लिख दो जैसे ५ अ में
से २ अ घटाओ क्योंकि $५ अ = ३ अ + २ अ$ इसलिये ५ अ
में से २ अ वा + २ अ निकाला तो शेष ३ अ रहा ॥

- ५ अ में से - २ अ घटाओ क्योंकि - ५ अ = ३ अ - २
अ इसलिये - ५ अ में से - २ अ मिला तो शेष - ३ अ रहा

दूसरे जो राशि सजातीय हों परन्तु चिन्ह भिन्न हों अर्था
त् एक राशि धन हो और दूसरी ऋण तो उनके अंतर
निकालने की यह रीति है कि राशियों के गुण का योग
करके उसके बाईं ओर उस राशि का चिन्ह कर दो जिसमें
दूसरी राशि घटानी हो और उसके दाहिनी ओर सजाती
य राशि के अक्षर लिख दो । जैसे - ५ अ में से + २ अ घ
टाओ इसको - ५ अ - २ अ यों लिखेंगे और इसका

अर्थात् यह है कि ५ अ राशि ५ बार और २ बार वा
७ बार घटानी है इसे - ७ अ यों लिखते हैं ॥

५ अ में से - २ अ घटाओ क्योंकि $५ अ = ७ अ - २ अ$
इसलिये ५ अ में से - २ अ निकाला तो शेष ७ अ र
हा ॥

तीसरे जो राशि विजातीय हों तौ उनका अंतर निकालना यही है कि उन राशियों को चिन्ह सहित एक सीध में लिख दो जैसे अ में से क घटाओ तो अ-क यों लिखते हैं

अ में से क घटाओ क्योंकि अ = अ + क - क इसलिये अ में से क निकाला तौ शेष अ + करहा ॥

॥ ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन्हें दृढ़ करके लिखा

| | |
|---------------------------|------------------------|
| ५ अ में से २ अ वा + २ अ | घटाया तौ शेष + ३ अ रहा |
| - ५ अ में से - २ अ | घटाया तौ शेष - ३ अ रहा |
| - ५ अ में से २ अ वा + २ अ | घटाया तौ शेष - ७ अ रहा |
| + ५ अ में से - २ अ | घटाया तौ शेष + ७ अ रहा |
| अ वा + अ में से करा + क | घटाया तौ शेष अ - करहा |
| अ वा + अ में से - क | घटाया तौ शेष अ + करहा |

ऐसे ही और उदाहरण करने से यह जान पड़ता है कि नीचे जो राशि लिखी हैं वह घटाने के सब प्रश्न के लिये अवश्य होगी

॥ रीति ॥

जिस राशि को घटाना हो उसका चिन्ह बदल दो अर्थात् जो उसका चिन्ह + धन हो तौ उसके स्थान में - घटा चिन्ह कर दो ॥

और जो उसका चिन्ह - हो तौ उसके स्थान में + धन रक्खो और फिर योग करने की रीति से उत्तर निकालो

॥ उदाहरण ॥

| | | |
|------------|------------|----------|
| (१) अ से | (२) ७ अ से | (३) अ से |
| अ घटाओ | ७ अ निकालो | अ घटाओ |
| अंतर = २ अ | अ | |

(४) ३ अ से (५) ७ अ से (६) अ से
 - अ घटाओ - ६ अ घटाओ - अ घटाओ

अंतर = ४ अ १३ अ २ अ

(७) - १ अ से (८) - ७ अ से (९) - अ से
 अ घटाओ + ६ अ अ घटाओ

अंतर = - ४ अ - १३ अ - २ अ

(१०) - १ अ से (११) - ७ अ से (१२) - अ से
 - अ घटाओ - ६ अ - अ घटाओ

अंतर = २ अ - अ ०

(१३) - अ + क से (१४) अ - क से (१५) र + अ य से
 अ - क घटाओ अ + क र - अ य घटा०

अंतर = २ अ + ३ क - ३ क २ अ य

(१६) ३ अ - ४ क + ६ ग से (१७) ७ अ - २ क + ४ ग - २
 अ - २ क + ६ ग ६ अ - ६ क + ४ ग - १

अंतर = २ अ - ३ क - ३ ग अंतर = अ + ४ क - १

(१८) २ अ - ६ अ क - अ ग + ५ से
 ५ अ - ८ अ क - २ अ ग - १

अंतर = - १ अ + २ अ क + अ ग + ६

(१९) ३ य र - य - र + अ
 २ य र + य + र - व

अंतर = य र - य - र + अ व

(२०) अ + २ अ क - ३ ग (२१) ५ य - ४ य र + र
 २ अ - ५ अ क - ७ ग - य + ५ य र + ३ र

अंतर = - अ + ४ अ क + ४ ग अंतर = ६ य - ५ य र - ३ र

$$(२२) = अ + य - ५ क - ५ ग \quad (२३) य - १ प + ६ य - १०$$

$$\frac{प + २ क - ५ ग}{य - ४ य + ८ प - ८}$$

$$\text{अंतर} = अ - ७ क \quad \text{अंतर} = य - २ य - १$$

$$(२४) अ + \frac{१}{३} क + १ \quad (२५) \frac{३}{४} य - \frac{५}{४} प + \frac{३}{४} य$$

$$\frac{\frac{३}{४} अ + क + ३}{\frac{३}{४} य - \frac{५}{४} प - \frac{३}{४} य}$$

$$\text{अंतर} = \frac{३}{४} अ - \frac{३}{४} क + \frac{३}{४} \quad \text{अंतर} = य - प + २ य$$

(२६) क्योंकि अ + क में अ - क जोड़ने से योग २ के तुल्य है और अ + क में से २ अ + क घटाने से अंतर ३ का को तुल्य है इससे यह बात निकलती है कि किसी दो राशि के अंतर में उनका योग जोड़ा जाय तो वह योग दो गुनी बड़ी राशि के तुल्य होगा और जो अंतर को योग में से घटावें तो शेष दो गुनी छोटी राशि के तुल्य होगा ॥

इस रीति से नीचे जो प्रश्न लिखे हैं उन के उत्तर निकल आते हैं यही रीति लीलीवती में भी लिखी है उसे संक्रमण कहते हैं परन्तु लीलावती पढ़ने वाले लोग उस गणित का मूल ऐसा नहीं समझते जैसा बीज गणित पढ़ने वाले जानते हैं इसका और अभी ऊपर स्पष्ट लिख चुके हैं और इस के उदाहरण आगे लिखते हैं ॥

॥ प्रश्न ॥

दो संख्याओं का योग १०० है और उनका अंतर ५० है तो बताओ कि वे संख्या कौन सी हैं ॥

$$\text{दो गुनी बड़ी राशि} = १०० + ५० = १५०$$

$$\text{इस लिये बड़ी राशि} = ७५$$

$$\text{और दोनों राशियों का अंतर} = ५० \text{ है ॥}$$

इसलिये छोटी राशि = $७५ - ५० = २५$

इस कारण ७५ और २५ दोनों राशि हैं

(२) एक पुरुष और स्त्री की अवस्था मिलकर ७७ वर्ष की है उनमें पुरुष की अवस्था स्त्री की अवस्था से ७ वर्ष अधिक है तो बताओ कि हर एक की अवस्था क्या है ॥

बड़े पुरुष की दुगुनी अवस्था = $७७ + ७ = ८४$

इसलिये बड़े पुरुष की अवस्था = ४२ वर्ष

और इस कारण दूसरे की उमर = $४२ - ७ = ३५$ वर्ष

(३) $\frac{1}{2}$ के ऐसे दो खंड करो कि एक खंड दूसरे खंड से $\frac{1}{4}$ के तुल्य बड़ा हो ॥

दोनों खंडों का योग = $\frac{1}{2}$

दोनों खंडों का अन्तर = $\frac{1}{4}$

दोगुना बड़ा खंड = $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

इसलिये बड़ा खंड = $\frac{3}{4}$ का $\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

ऐसे ही दोगुना छोटा खंड = $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

इसलिये छोटा खंड = $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

इस कारण दोनों खंड $\frac{3}{8}$ और $\frac{1}{8}$ हैं ॥

॥ अभ्यास के लिये
उदाहरण ॥

(१) अ से क - प बताओ ॥

- (३) अ + क - ग - घ से अ - क + ग - घ घटाओ ॥
 (३) ६ अ - क - ग से अ - क + २ ग घटाओ ॥
 (४) ८ अ + य - ५ क - ५ ग से य + २ क - ५ ग घटाओ ॥
 (५) ३ य + २ र - ५ ल से २ य + ३ र + ४ ल घटाओ ॥
 (६) २ अ य + कर - ग से अ य - कर + ग घटाओ ॥
 (७) ३ क ग - अ क + अ से र क ग + अ क - अ घटाओ ॥
 (८) य र + य + र से य र - य + र ॥
 (९) २ य र + ३ य + ४ र से य र - २ य - र ॥
 (१०) २ म न + ५ म - ३ न से न न + म + न ॥
 (११) - २ य र + म य - प र से - ३ य र - २ म य - प र ॥
 (१२) ५ अ क ग - १ अ क - १ अ ग से १ अ क ग + अ क - अ ग
 + २
 (१३) अ - क - ग से अ - २ क - २ ग
 (१४) ४ अ य - ३ अ + २ य से २ अ य - अ + ४ य ॥
 (१५) ३ अ क + १ अ ग - ५ ग से अ क - अ ग - ३ ग
 (१६) २ य र + १ अ - अ क + ५ से २ अ - अ क + ६
 (१७) $\frac{३}{२}$ अ य - $\frac{१}{२}$ य र + $\frac{३}{२}$ से $\frac{३}{२}$ अ य + $\frac{३}{२}$ य र - $\frac{३}{२}$
 (१८) अ + क - ग से $\frac{३}{२}$ अ - $\frac{३}{२}$ क - $\frac{३}{२}$ ग

॥ उदाहरण ॥

(१५) एक पद की राशि को दूसरे पद की राशि से गुणा करने की राति ॥

प्रथम जो दोनों राशि धन हों असे २ अ और ३ क तो उनका घात ४ प्रक्रम के अनुसार १ अ अ क के तुल्य है ॥

$२ \text{ अ} \times ३ \text{ क} = २ \times \text{अ} \times ३ \times \text{क और अ} \times ३ = ३ \times \text{अ (प्रकाम १)}$

इसलिये घात $= २ \times ३ \times \text{अ} \times \text{क} = ६ \text{ अ क क्योंकि } २ \times ३ = ६ ॥$

दूसरे जो एक राशि चरण हो जसैं २ अ को - ३ क बार गुणा करो य - २ क को ३ क बार गुणा करो इन दोनों प्रश्नों का यही अर्थ है कि ३ क को २ अ बार घटाना है इसलिये ३ क को २ अ बार जोड़ें तौ इस घात और पहिली घात में केवल चिन्ह का ही अन्तर होगा इसलिये घात - ६ अ क के तुल्य होगा ॥

तीसरे जो दोनो राशि चरण हों जैसे - २ अ और - ३ क को गुणा करो इसका यह अर्थ है - ३ क को २ अ बार अर्थात् - ६ अ क घटाना है परन्तु (१६ प्रकाम) - ६ अ क को जो घटावेंगे तौ उस के चिन्ह को बदल देवेंगे जैसे + ६ अ क लिखेंगे और इस का यह अर्थ है कि ६ अ क जोड़ना है ॥

ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन सब को बूझा करके लिखते हैं ॥

+ ३ क को + २ अ से गुणा तौ घात + ६ अ क हुआ ॥

- ३ क को + २ अ से गुणा तौ घात - ६ अ क हुआ ॥

+ ३ क को - २ अ से गुणा तौ घात - ६ अ क हुआ ॥

- ३ क को - २ अ से गुणा तौ घात + ६ अ क हुआ ॥

रीति

जिन एक पद की राशियों का गुणा करना हो उनके अक्षरों को पास पास लिखो वेही घात के गुणक रूप अवयव होंगे फिर इनके गुण के अंशों को गुणा कर घात का गुण

जानो और जो दोनों पद के चिन्ह एक से हों तो घात का चिन्ह धन मानो और जो दोनों पद के चिन्ह एक से न हों तो घात का चिन्ह ऋण रखो ॥

॥ उदाहरण ॥

$$\begin{aligned} २य \times ५र &= १०यर, -३ \times ५अ = -१५अ ७ म \times -न = \\ -७मन, २अक \times ३अण &= ६अअकग = ६अकग, -७अयर \times ४अकग = -२८अकगयर, २अ \times ३क \times ४ग \\ &= ६अक \times ४ग = ६ \times ४ \times अकग = २४अकग ॥ \end{aligned}$$

२२ प्र० जब कि दो वा अधिक पद की राशियों को एक पद की राशि से गुणा करना हो ॥

कल्पना करो अ+क+ग+आदिको म से गुणा करना है तो अ को म बार गुणा करना तो घात मअ के तुल्य हुआ क को म से गुणा किया तो मक हुआ ग को म से गुणा किया तो मग हुआ, आदि और इन घातों का योग मअ+मक+मग आदि दृष्ट घात के तुल्य हुआ को कि यह प्रत्यक्ष है कि जिन खंडों में संपूर्ण राशि बनी है उन को प्रथम म से गुणा कर घातों को जोड़ दिया उसका यही अर्थ है कि संपूर्ण राशि म से गुणी गई है और वह योग संपूर्ण घात के तुल्य है इससे यह रीति निकलती है कि (२१ प्रकम) के अनुसार गुणक के प्रत्येक पद को जुदा गुणक के पद से गुणा हो तो उन्ही घातों का योग दृष्ट घात के तुल्य होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

$$(१) अ+क-ग को २ से गुणा तो घात = २अ+२क-२ग ॥$$

(१) अ-क+ग को-२ तथा=अ+क-२ग ॥

(२) अ-क+ग को घ तथा.=अघ-कघ+गघ-गघ

(४) अ-क+ग को-घ तथा.=अघ+कघ-गघ ॥

(५) अय+कर को ग तथा=अगय+कगर ॥

(६) अय+कर-गल को २प तथा=२अपय+२कपर-२गपल ॥

(७) २अ+३क-४ग को २य तथा=४अय+६कय-८गय

(८) अय+कर को-अय तथा=अयै+अकयर ॥

(९) अय+कर को-कर तथा=-अकयर-करै ॥

(१०) ७य-४र+६ को ३य तथा=२१यै-१२यर+१८य ॥

(११) ६यै-१३य+१ को ५ तथा=३०यै-६५य+५ ॥

(१२) यै-१य+फ को पय तथा=पयै-पयै+पफय ॥

(१३) जिन दो राशियों को गुणा करना हो उनमें जो प्रत्येक राशि में दो वा अधिक पद हों तो उनके गुणा करने की रीति लिखते हैं ॥

कल्पना करो कि अ+क को ग+घ से गुणा करना है तो इसका यह अर्थ है कि अ+क को ग+घ बार जोड़ना है अर्थात् अ+क को ग बार जोड़ना है और फिर उसे ही घ बार जोड़ना है (१२ प्रक्रम की रीति के अनुसार अ+क को ग से गुणा तो बात अग+कग हुआ और ए से ही अ+क को घ से गुणा तो बात अघ+कघ हुआ इसलिये अ+क को ग और घ वा ग+घ से गुणा तो अग+कग+अघ+कघ हुआ म हुआ ॥

जो अ+क को ग-घ से गुणा करना हो तो इसका तम यह अर्थ समझो कि अ-१६ को ग बार जोड़ना है

और उसेही धवार घटाना है ॥

अ + क को ग से गुणा तो अ ग + क ग घात हुआ और
अ + क को घ से गुणा तो अ घ + क घ घात हुआ इसे अगले
घात में से १९ प्रक्रम के अनुसार घटाया तो अ ग + क ग
- अ घ - क घ यही दृष्ट घात हुआ ॥

जो अ - क को ग - घ से गुणा करना दो तो तुम इसका
यह अर्थ समझो कि अ - क को ग धार गुणा करना है
और उस में से अ + क को घ धार घटाना है इसलिये अ ग +
क ग में से अ घ - क घ घटाया तो अ ग - क ग - अ घ + क घ
दृष्ट घात हुआ ॥

॥ ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन्हें ॥

इकट्ठा करके लिखते हैं

अ + क को ग + घ से गुणा तो घात = अ ग + क ग + अ घ +
क घ ॥

अ + क को ग - घ से तथा = अ ग + क ग - अ घ - क घ ॥

अ - क को ग - घ से तथा = अ ग - क ग - अ घ + क घ ॥

॥ ऐसे ही और उदाहरणों से भी यह रीति निकलती है ॥

॥ रीति ॥

गुण्य के हर एक पद को गुणक के हर एक पद
से गुणा करो इन ही घातों का योग संपूर्ण घात के तु-
ल्य होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) ५ + २ को

५ + २ से गुणा करो ॥

य^३ + य यह घात गुण्य को य से गुणा तो हुआ ॥
 + २य + २ यह घात गुण्य को २ से गुणा तो हुआ ॥

य^३ + ३य + २ संपूर्ण घात हुआ

(२) २९ वा २० + ९ को
 १८ वा २० - ९ से गुणा करो ॥

१८८, ४०० + २०

२९, - २० - ९

३८८ वा ४०० - ९

(३) २ + अ को
 ३-क से गुणा करो ।

६ + ३अ यह घात गुण्य को ३ से गुणा तो हुआ ॥

- २क - अक यह घात गुण्य को -क से गुणा तो हुआ

६ + ३अ - २क - अक संपूर्ण घात हुआ

(४) अ + क को
 अ + क से गुणा करो

अ^३ + अक यह घात गुण्य को अ से गुणा तो हुआ ॥

+ अक + क यह घात गुण्य को क से गुणा तो हुआ ॥

अ^३ + २अक + क संपूर्ण घात

(५) अ - क को
 अ - क से

अ^३ - अक यह घात गुण्य को अ से गुणा तो हुआ ॥

- अ^२क + क^३ षट्घात गुण्यको - क से गुणा तो हुआ

अ^२-२अक + क^३ संपूर्ण घात हुआ

(६) य-२र को

२य + ३र से गुणा करो

२य^३-४यर षट्घात गुण्यको २य से गुणा तो हुआ
+ ३यर-६र^२ षट्घात गुण्यको ३र से गुणा तो हुआ

२य^३-४यर-६र^२ संपूर्ण घात हुआ

अब एक ऐसा उदाहरण लिखते हैं जिसके गुण्य और गुणक दो
नो में दो दो पद से अधिक पद हैं ॥

२अ + ३क - ४ग को

अ + क - ग से गुणा करो ॥

२अ^३ + ३अक - ४अग षट्घात गुण्यको अ से गुणा
तो हुआ

+ २अक + ३क - ४कग तथा + क से

- २अग - ३कग + ४ग तथा - ग से

२अ^३ + ५अक - ६अग + ३क^३ - ४कग + ४ग संपूर्ण घात
हुआ ॥

॥ २४ ॥ प्रक्रम के अनुसार एक राशिके घातों के गुणा करने की रीति ॥

एक ही राशि के निम्न भिन्न घातों को गुणा करना हो उन
के घात प्रकाशक का योग करो वही योग इष्ट घात का घात

प्रकाशक होगा ॥

जैसे $\text{अ}^3 \times \text{अ}^3 = \text{अ}^6$ क्योंकि प्रक्रम ८ के अनुसार
 $\text{अ}^3 = \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ}$ और $\text{अ}^3 = \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ}$ इसलिये $\text{अ}^3 \times \text{अ}^3 =$
 $\text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} \times \text{अ} = \text{अ}^6$ इसी रीति में
 यह भी जानो कि $\text{अ}^4 \times \text{अ}^4 = \text{अ}^8$ और ऐसे ही जो और
 घात प्रकाशक अंक हों तो घातों का गुणा करने में योग
 होता है ॥

जैसे $\text{अ}^4 \times \text{अ}^4 = \text{अ}^8$ इस उदाहरण में म और
 न के स्थान में चाहो सौ अंक रख दो ॥

॥६ प्रक्रम की परिभाषा के अनुसार॥

$\text{अ}^3 = \text{अ} - \text{अ} - \text{अ}$ आदि अ से अ को गुणा करते चले जा-
 ओ जब तक गुणक रूप अवयवों का परिमाण म हो और
 ऐसे ही

$\text{अ}^4 = \text{अ} - \text{अ} - \text{अ} - \text{अ}$ आदि अ से अ को गुणा करते चले
 जाओ जब तक गुणक रूप अवयवों का परिमाण न हो ॥

∴ $\text{अ}^4 \times \text{अ}^4 = \text{अ} - \text{अ} - \text{अ} - \text{अ}$ आदि गुणक रूप अवयवों तक
 गुणा करो ॥

$\times \text{अ} - \text{अ} - \text{अ} - \text{अ}$ आदि न गुणक रूप अवयवों तक गुणा करो
 $= \text{अ} - \text{अ} - \text{अ} - \text{अ}$ आदि जब तक गुणक रूप अवयवों का
 परिमाण म + न हो ॥

म + न परिभाषा के अनुसार
 $= \text{अ}^m \times \text{अ}^n = \text{अ}^{m+n}$

अनुमान जो अ के स्थान में $\text{अ} + क$ वा $\text{अ} + क + ग$ वा
 और कोई राशि लिखें तो उसके भिन्नघातों की गुणा करे
 गे तो उन के घात प्रकाशक का योग कर लेंगे ॥

जैसे अश्व के दूसरे घात को उसी राशि के तीसरे घात से गुणा करें तो दृष्ट घात उसी राशि के पाँचवें घात के तुल्य होगा ॥

॥उदाहरण॥

- (१) २य^३ × ३य^३ = २ × ३ य^३ = ६य^३ ÷
- (२) ७ अय^३ × २ अय^३ = ७ × २ अय^३ यय^३ = १४ अय^३ यय^३
- (३) ५ अ^३ कग^३ × अ^३ कग^३ = ५ अ^३ अक^३ कग^३ = ५ अ^३ कग^३ ॥
- (४) १ य^३ र^३ ल^३ × ४ य^३ र^३ ल^३ = ४ × ४ य^३ य^३ र^३ र^३ ल^३ ल^३ = १६ य^३ र^३ ल^३ ॥
- (५) मन^३ य^३ र^३ × प^३ र^३ = मन^३ प^३ य^३ र^३ र^३ = मन^३ प^३ य^३ र^३ ॥
- (६) ४ अ^३ क^३ ग^३ य^३ × २ अ^३ ग^३ य^३ र^३ = ८ अ^३ अ^३ क^३ ग^३ ग^३ य^३ य^३ र^३ = ८ अ^३ क^३ ग^३ य^३ र^३ ॥
- (७) २ अ^३ य^३ × ३ अ^३ य^३ = २ × ३ × अ^३ य^३ य^३ = ६ अ^३ य^३ य^३ ॥
- (८) अ^३ य^३ × क^३ य^३ = अ^३ क^३ य^३ य^३ = अ^३ क^३ य^३ य^३ ॥
- (९) अ^३ य^३ × क^३ य^३ × ग^३ य^३ = अ^३ क^३ ग^३ य^३ य^३ = अ^३ क^३ ग^३ य^३ य^३ ॥
- (१०) २ अ^३ य^३ × ३ क^३ र^३ × अ^३ य^३ र^३ = २ × ३ × अ^३ य^३ य^३ र^३ = ६ अ^३ य^३ य^३ र^३ ॥

॥उदाहरण॥

- (१) अय^३ र^३ को ३ से गुणा करो ॥
- (२) ३ मन^३ को ५ से गुणा करो ॥
- (३) ३ म^३ + न^३ - प^३ को ३ से गुणा करो ॥
- (४) अय^३ + कय^३ को ५ से गुणा करो ॥
- (५) अय^३ + २ कय^३ को २ अ^३ से गुणा करो ॥
- (६) ४ अ^३ - २ अ^३ क^३ र^३ को अय^३ से गुणा करो ॥
- (७) ३ य^३ - २ य^३ र^३ + ६ को - य^३ र^३ से गुणा करो ॥
- (८) १ - २ अय^३ + ३ कय^३ को ३ न^३ से गुणा करो ॥

- (८) २अक-१अग+५कघ को-२य से गुणा करो ॥
 (९) २यर-३को ७य से गुणा करो ॥
 (१०) अय+कर-गल को २यरल से गुणा करो ॥
 (११) २अ-कय+घ को कर से गुणा करो ॥
 (१२) अ+य को क+र से गुणा करो ॥
 (१३) ६य+४को य-१ से गुणा करो ॥
 (१४) य-४ को य+३ से गुणा करो ॥
 (१५) २य-५ को ३य-२ से गुणा करो ॥
 (१६) १-य को य+१ से गुणा करो ॥
 (१७) १-य को २-२य से गुणा करो ॥
 (१८) अय+कर को २य-१ से गुणा करो ॥
 (१९) अ+२य को अ-३य से गुणा करो ॥
 (२०) ७य-१ को ५य-४ से गुणा करो ॥
 (२१) २अय-१कर को ४र-३य से गुणा करो ॥
 (२२) १-२मन को २म+न से गुणा करो ॥
 (२३) अ-कग को अग-क से गुणा करो ॥
 (२४) १+२य+३र को य-२ से गुणा करो ॥
 (२५) अ+य-२को क-२ से गुणा करो ॥
 (२६) अग-कग+अघ को २अ-क से गुणा करो ॥
 (२७) अ+अ+अ+१को अ-१ से गुणा करो ॥
 (२८) य+अय+अय+अ को य-अ से गुणा करो ॥
 (२९) ४य-६य+८को २य+१ से गुणा करो ॥
 (३०) ४+२य+य को ४-२य+य से गुणा करो ॥
 (३१) अ-२य को अ-य से गुणा करो ॥

(१३) य + ३य + ८य + २० को य - १ से गुणा करो ॥

(१४) २अय + १ कोर को २अय - १ कोर से गुणा करो

(१५) २अ - १अक + को को २अ + १अक - को से गुणा करो ॥

॥ भाग देना ॥

भाज्य भाजक और लाब्धि इन शब्दों का जो अर्थ अंक गणित में है वही अर्थ उनका बीजगणित में भी है एक राशि में दूसरी राशि का भाग देने से यह अर्थ समझो कि पहिली राशि में दूसरी राशि के बारजा सकती है और जो लाब्धि को भाजक से गुणा करो तो बात भाज्य के तुल्य होगा ॥

॥ (१५) ॥ एक पद में एक पद के भाग देने की रीति ॥

क्योंकि लाब्धि × भाजक = भाज्य इसलिये जो भाज्य के दो ऐसे गुणक रूप अवयव कार लो कि एक गुणक रूप अवयव भाजक के समान हो तो दूसरा गुणक रूप अवयव लाब्धि के तुल्य होगा ॥

जैसे १५ में ५ का भाग दे तो क्योंकि ३५ में ५ का ३ गुण है इसलिये ३ लाब्धि होगी और जो १५ में ३ का भाग देना हो तो क्योंकि ३५ में ३ का ५ गुण है इसलिये ५ लाब्धि हुई ॥

इससे यह बात निकलती है कि जो एक पद में दूसरे पद का निशेष भाग लग जाय तो भाग देने की यह रीति है कि भाज्य के दो ऐसे गुणक रूप अवयव कार लो जिनमें एक गुणक रूप अवयव भाजक हो तो दूसरा गुणक रूप अवयव लाब्धि होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) ६ अक्षरों में २ अक्षरों का भाग दो ॥

६ अक्षरों = २ अक्षर \times ३ ग इस कारण ३ ग लब्धि हुई

(२) १० यों में २ यों का भाग दो ॥

१० यों = २ य \times ५ य इसलिये ५ य लब्धि हुई ॥

(३) - ७ अक्षरों में ७ अक्षरों का भाग दो ॥

७ अक्षरों = ७ अक्षर \times - १ इसलिये - १ लब्धि हुई ॥

(४) ६ मनयों में - मनयों का भाग दो ॥

६ मनयों = - मनय \times - ६ न इसलिये - ६ न लब्धि हुई ॥

(५) - १४ अक्षरों में - २ अक्षरों का भाग दो ॥

- १४ अक्षरों = - २ अक्षर \times ७ अक्षरों इसलिये ७ अक्षर लब्धि हुई ॥

(६) - ८ अक्षरों में ४ अक्षरों का भाग दो ॥

८ अक्षरों = ४ अक्षरों \times - २ अक्षरों इसलिये - २ अक्षरों लब्धि हुई ॥

(७) ५ अक्षरों में अक्षरों का भाग दो ॥

५ अक्षरों = अक्षरों \times ५ अक्षरों इसलिये ५ अक्षरों लब्धि हुई ॥

(८) ११ मनयों में १ मनयों का भाग दो ॥

११ मनयों = १ मनय \times ११ न इसलिये ११ न लब्धि हुई ॥

॥ (२६) जब कि एकराशि में दो वा अधिक पद हों उसमें एक

॥ पदों के भाग देने की रीति ॥

कोकि २२ प्रक्रम के अनुसार अ + क + ग + आदिको म से गुणा तो मअ + मक + मग + आदि यद्वात हुआ इसलिये मअ +

म क + म ग + आदि में म का भाग दिया तो अ + क + ग + आदि
लाब्धि हुई इस्ते यह रीति निकलती है ॥

॥ रीति ॥

भाज्य के हर एक पद में भाजक का २५ प्रक्रम के अनु-
सार भाग दो तो इन सब लाब्धियों का योग संपूर्ण लाब्धि के तु-
ल्य होगा ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) अ क + २ अ ग - ३ अ घ में अ का भाग दो ॥

अ क ÷ अ = क, + २ अ ग ÷ अ = + २ ग, - ३ अ घ ÷ अ = - ३ घ
इसलिये संपूर्ण राशि में अ का भाग देने से क + २ ग - ३ घ सं-
पूर्ण लाब्धि हुई ॥

(२) म य + न य - प य में य का भाग दो ॥

म य ÷ य = म, + न य ÷ य = + न य, - प य ÷ य = - प य
इसलिये संपूर्ण राशि में य का भाग देने से म + न य - प य इस
पूर्ण लाब्धि हुई ॥

(३) ४ अ य - २ अ क य + २ अ प में २ अ य का भाग दो ॥

४ अ य ÷ २ अ य = २ य, - २ अ क य ÷ २ अ य = - १ अ क + २ अ प
÷ २ अ य = + प इसलिये २ अ य - १ अ क + प यह संपूर्ण
लाब्धि हुई ॥

॥ (३) जब भाजक में दो वा अधिक पद हों तो

भाग देने की रीति लिखते हैं ॥

॥ रीति ॥

प्रथम भाज्य और भाजक दोनों के पदों को इसक्रम से
लिखो कि किसी अक्षर के प्रत्येक घात में जो सबसे बड़ा
घात पहिले पद में लिखा जाय उससे छोटा घात दूसरे पद

में लिखो और ऐसे ही और जो घात हों उन्हें स्थापन करो वा जो सब से छोटा घात पद में लिखा जाय तो उसे बड़े घात को दूसरे पद में लिखो और इसी क्रम से सब घातों को स्थापन करो दूसरे २४ प्रक्रम के अनुसार देखो कि भाज्य के पहिले पद में भाजक का पहिला पद कैसा जा सकता है और इसे लब्धि के स्थान में रखो ॥

तीसरे इस लब्धि से संपूर्ण भाजक को गुणा कर घात को भाज्य से घटाओ ॥

चौथे और शेष को नया भाज्य मान ऊपर की क्रिया करो और जो लब्धि मिले उसे पूर्व लब्धि के बाहिनी और रखो और यह क्रिया वहाँ तक करो जब कि शेष ० रह जाय वा भाज्य भाजक से कम तो सब लब्धियों का योग संपूर्ण लब्धि होगी ॥

ऊपर जो भाग देने की रीति लिखी है वह श्रृंग गणित के भाग देने की रीति से मिलती है ॥

जैसे जो तीन हजार और सी में बत्तीस का भाग देना होता है तो हम भाज्य और भाजक को १० के घातों के अनुसार क्रम से लिखते हैं ॥

जैसे भाजक ३२ पों लिखते हैं और इसका यह अर्थ है $३ \times १० + २$ और ऐसे ही भाज्य ३८४ का अर्थ है $३ \times १० + ८ \times १० + ४$ तो भाग देने से हम यह देखते हैं कि भाजक का पहिला पद वा ३×१० वा ३० भाज्य के पहिले पद वा ३×१० वा ३० में १० बार जा सकता है इसलिये १० लब्धि का एक भाग हुआ फिर १० गुणा ३२ वा ३२० को ३८४ में से घटाया तो शेष ६४ रहा इसे नया भाज्य मान इस में ३२ का भाग

दिया तो १ पूर्णलब्धि मिली इसे पूर्व लब्धि १० में जोड़ा तो
१० + २ वा १२ संपूर्णलब्धि मिली ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) अग + कग + अघ + कघ में अ + क का भाग दो इ
स उदाहरण में अ अक्षर के कम से भाज्य और भाजक के परा
को लिखा ॥

| | | |
|------|-------------------|--------|
| भाजक | भाज्य | लब्धि |
| अ+क) | अग + कग + अघ + कघ | (ग + घ |

अग + कग

+ अघ + कघ

+ अघ + कघ

०

∴ ग + घ लब्धि हुई ॥

कपर जो उदाहरण लिखा है उस में पहिले तो द
म यह देखते हैं कि अ ग में अ, ग बार जा सकता है इस
लिये हमने ग को लब्धि का अंश मान उसे भाज्य के दाहि
नी ओर रखा फिर अ + क भाजक को ग से गुणा कर

अग + कग घात को भाज्य में से घटाया तो + अघ +
कघ शेष रहा इस शेष को नया भाज्य मान इस में अ का
भाग दिया तो + घ लब्धि का दूसरा अंश मिला इसे पु
र्व लब्धि ग के दाहिनी ओर रखा तो ग + घ संपूर्ण लब्धि
हुई और भाग देने के पीछे शेष कुछ न रहा

(३) उ० अ + क - १ अ क में अ - क का भाग दो ॥

भाज्य और भाजक के पदों को अ के घातों के अनुसार
 रखा तो अ-क भाजक और अ-१ अक + क भाज्य हुआ
 अ-क) अ-१ अक + क (अ-क लब्धि हुई ॥
अ-अक

—अक + क

—अक + क

हम देखते हैं कि अमेअ, अ बार जा सकता है यह
 लब्धि का पहिला पद हुआ फिर अ-क भाजक को अ से
 गुणा तो अ-अक घात हुआ दूसरे भाज्य में से घटाया
 तो -अक + क शेष रहा दूसरे -अक पद में, अ का
 भाग दिया तो -क लब्धि का दूसरा पद मिला फिर अ-
 क भाजक को -क से गुणा कर घात -अक + क को
 पूर्व शेष में से घटाया तो शेष ० रही, दूसर लिये अ-क
 संपूर्ण लब्धि हुई

३३० २अ + ३क + ४ग + ५अक - ६अग - ७कग
 में अ + क - ग का भाग दो ॥

पदों को अ के घातों के अनुसार स्थापन किया ॥

अ + क - ग) २अ + ५अक + ६अग + ३क - ७कग +
 ४ग २अ + ३क - ४ग

२अ + २अक - २अग

+ ३अक - ४अग + ३क - ७कग + ४ग

+ २अक + ३क - ३कग

$$- ४ \text{ अग} - ४ \text{ कग} + ४ \text{ ग}$$

$$- ४ \text{ अग} - ४ \text{ कग} + ४ \text{ ग}$$

०

∴ २ अ + ३ क - ४ ग संपूर्णलब्धि जुद्ध ॥

४ उ० ६४ - अ में २ - अ का भाग दो

$$२ - अ) ६४ - अ (३२ + १६ अ + ८ अ + ४ अ + २ अ + अ)$$

$$६४ - ३२ अ$$

$$३२ अ - अ$$

$$३२ अ - १६ अ$$

$$१६ अ - अ$$

$$१६ अ - ८ अ$$

$$८ अ - अ$$

$$८ अ - ४ अ$$

$$४ अ - अ$$

$$४ अ - २ अ$$

$$२ अ - अ$$

$$२ अ - अ$$

इसलिये ३२ + १६ अ + ८ अ + ४ अ + २ अ + अ लब्धि जुद्ध ॥

॥ ६ अभ्यासके लिये उदाहरण ॥

(१) ७ य में ७ का भाग दो ॥

(२) ७ य में य का भाग दो ॥

(३) ७ अ य में अ का भाग दो ॥

(४) ७ अ य में ७ य का भाग दो ॥

- (५) ३अकयमें अकका भागदो ॥
 (६) ३अकगमें ३कगका भागदो ॥
 (७) —अयरमें यका भागदो ॥
 (८) अयरमें—यका भागदो ॥
 (९) ६अमनमें—२मनअका भागदो ॥
 (१०) १४अयरमें ७अरका भागदो ॥
 (११) —७मनपयमें ३मनपका भागदो ॥
 (१२) — $\frac{३}{२}$ अकयरमें— $\frac{३}{२}$ अयरका भागदो ॥
 (१३) ३अग—२अकघमें २अका भागदो ॥
 (१४) ४अग—२अकघमें २अका भागदो ॥
 (१५) ८य—६यरमें—२यका भागदो ॥
 (१६) ३कग+२४अकग—६कगमें—३कगका भागदो ॥
 (१७) ४अय—८अकय—२अयमें—२अयका भागदो ॥
 (१८) अय—५अकय+६अयमें—अयका भागदो ॥
 (१९) य+३य+२में य+२ का भागदो ॥
 (२०) अग—कग+अघ—कघमें अ—कका भागदो ॥
 (२१) ६+३अ—२क—अकमें २+अका भागदो ॥
 (२२) ४अ—१५य—४अयमें २अ+३यका भागदो ॥
 (२३) २अ+अ—६में २अ—३का भागदो ॥
 (२४) २अक+६अकग—८अकगघमें १+३ग—४गघ का भागदो ॥
 (२५) ३य+१६य—३५में य+७ का भागदो ॥
 (२६) ३य+१४य+८य+२में य+५य+१का भागदो ॥
 (२७) अक+२अ—३क—४कग—अग—गमें २अ+३ क+गका भागदो ॥

(२८) १५ अ + १० अ य + ४ अ य + ६ अ य - ३ य में १ अ - य + २ अ य का भाग दो ॥

(२९) व प + ३ प व - २ प व - २ व में प - व का भाग दो ॥

(३०) अ य + अ - २ अ क य + क य + अ क - २ अ क में अ य - क य + अ - अ क का भाग दो ॥

(३१) ३२ य + २४३ में २ य + ३ का भाग दो ॥

॥ सम मन्त्रमापवर्त्तक ॥

२८ प्र० परिभाषा जिस एक राशि में दूसरी राशिका निःशेष भाग लग जाय तो पहिली राशि को अपवर्त्य कहते हैं और दूसरी को अपवर्त्तक इसलिये जो दोन अधिक राशियों में एक राशिका निःशेष भाग लग जाय तो उन राशियों को समापवर्त्तक कहते हैं क्योंकि वह सब राशियों का अपवर्त्तक है और इस कारण सबसे बड़े सम भाजक को सम मन्त्र मापवर्त्तक कहते हैं ॥

अपवर्त्तक केवल भाजक का दूसरा नाम है और अपवर्त्तक उस भाजक को कहते हैं जिसका भाज्य में निःशेष भाग लग जाय और ऐसा ही अपवर्त्य भाज्य का दूसरा नाम है और अपवर्त्य ऐसे भाज्य को कहते हैं जिसमें भाजक का निःशेष भाग लग जाय ॥

जैसे १५ का ५ अपवर्त्तक है क्योंकि १५ में ५ का निःशेष भाग लग जाता है और इसी कारण २५ का भी ५ अपवर्त्तक है इसलिये १५ और २५ का ५ समापवर्त्तक हुआ ऐसे ही ८ और १२ का २ समापवर्त्तक है और उनका ४ भी समापवर्त्तक है और २ से ४ बड़ा है और ८ और १२ का २ और ४ के सिवाय और कोई अंक अपवर्त्तक नहीं है इस कारण ८ और १२ का ४

सम महत्तमापवर्त्तक हुआ ॥

क्योंकि २ अंश में अशुका निःशेष भाग लग सकता है और ३ अंश में भी अशुका निःशेष भाग लग सकता है इस कारण २ अंश और ३ अंश का अंश समापवर्त्तक हुआ और २ अंश और ३ अंश का और कोई अंशपवर्त्तक नहीं है इसलिये उनका अंश सम महत्तमापवर्त्तक हुआ ॥

ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उनसे यह स्पष्ट जान पड़ता है कि एक राशि का अंशपवर्त्तक उसका एक गुणकरूप अवयव होता है इसलिये जो एक राशि के संपूर्ण गुणकरूप अवयव निकाल लिये जाय तो वे सब उस राशि के अंशपवर्त्तक होंगे और ऐसे ही जो दूसरी राशि के भी अंशपवर्त्तक निकाल लिये जाय तो दोनों राशियों में जो समापवर्त्तक है उसे एक बार देखने से ही मालूम हो जाय गे और उसका घात दोनों राशियों का सम महत्तमापवर्त्तक होगा ॥

२६ प्र- ऐसे ही जो एक संख्या के गुणकरूप अवयव निकालने हो ते हैं तो हम उस में २, ३, ४, ५, ६, आदि अंशों का भाग लगाते हैं और जिस अंश का निःशेष भाग लगता है उस का भाग देके लाभ में फिर जो किसी अंश का निःशेष भाग लगता है तो भाग देके लाभ ले लेते हैं और इस लाभ में भी वही किया यहां तक करते हैं कि पिछली लाभ में के सिवाय किसी और अंश का निःशेष भाग न लगे ॥

जैसे १८८ के गुणकरूप अवयव निकालो तो हम देखते हैं कि १८८ में २ का तो निःशेष भाग लग ही नहीं सकता परन्तु ३ का निःशेष भाग लग जाता है ॥

| | | | |
|---|---|---|---|
| ३ | १ | ८ | ८ |
| ३ | | ६ | १ |
| ३ | | २ | १ |
| ७ | | | ७ |

$$\therefore १८८ = २ \times २ \times २ \times ७$$

ऐसेही २२४ के गुणकरूप अवयव निकालो

| | | | |
|---|---|---|---|
| २ | १ | १ | ४ |
| २ | १ | १ | २ |
| २ | | ५ | ६ |
| २ | | २ | ८ |
| २ | | १ | ४ |
| ७ | | | ७ |

$$\therefore २२४ = २ \times २ \times २ \times २ \times २ \times ७$$

पहिले उदाहरण में १८८ में २ का तो निःशेषभाग लगादी नही पर उसमें ३ का ३ बार निःशेष भाग लगा और ४, ५, ६, ७ में से किसी अंक का पिछली लाई में निःशेष भाग नही लगा तिसपीछे देखा तो ७ का निःशेष भाग लग गया ॥

दूसरे उदाहरण में २२४ में २ का ५ बार निःशेष भाग लगा और फिर ७ का निःशेष भाग लग गया ॥

इसलिये १८८ के २, २, २ और ७ गुणकरूप अवयव हैं और २२४ के २ २ २ २ २ और ७ गुणकरूप अवयव हैं इस कारण ७ दोनों संख्या का समापवर्त्तिक है और वही ७, १८८ और २२४ का सममहत्तमापवर्त्तिक है ॥

३८५ और ३८८ का सममहत्तमापवर्त्तिक निकालो ॥

| | | | |
|----|---|---|---|
| ५ | २ | ८ | ५ |
| ७ | | ७ | ७ |
| ११ | | १ | १ |

∴ ३८५ = ५ × ७ × ११

| | | | |
|----|---|---|---|
| २ | २ | ८ | ८ |
| २ | १ | ८ | ८ |
| ३ | | ८ | ८ |
| ३ | | १ | ३ |
| ११ | | १ | १ |

∴ ३८८ = २ × २ × १ × ३ × ११

और क्योंकि ३८५ और ३८८ के गुणकरूप अवयवों में ११ सम गुणकरूप अवयव बड़ा है इस कारण उन संख्याओं का ११ सममहत्तमापवर्त्तिक हुआ ॥

अंक गणित में होवा अधिक संख्याओं के अपवर्तनांक वा सम महत्तमापवर्त्तक निकालने की जो रीति लिखी है उसी रीति से बीज गणित में भी होवा अधिक राशियों का सम महत्तमापवर्त्तक निकल सक्ता है ॥

१० प्र० अभास करने से बीजात्मक राशियों के गुणक रूप अवयव सहज में निकल आते हैं और जो एक पद की राशि हो तो उसके गुणक रूप अवयव सहज में निकल सक्ते हैं ॥

जैसे २ अंक ग = २ अ अ क ग म ४ अ के ग = २ × २ अ अ अ क क ग इस कारण २ अंक ग और ४ अंक ग इनका सम महत्तमापवर्त्तक उनके २ अ, अ, क, म, सम गुणक रूप अवयवों के घात २ अंक ग के तुल्य है ॥

१ अ य और ६ अंक य इनका सम महत्तमापवर्त्तक निकालो ॥

१ अ य र = १ अ अ अ अ अ य य य य य र और ।

६ अंक य = २ × १ × अ अ क य, इनमें अ अ, य सम गुणक रूप अवयव हैं इसलिये १ × अ अ य वा १ अ य य ही सम महत्तमापवर्त्तक हुआ ॥

॥लघुतम समापवर्त्य॥

११ प्र० परिभाषा जो एक राशि में दूसरी राशि का निःशेष भाग लग जाय तो पहिली राशि को अपवर्त्य कहते हैं इस कारण जो एक राशि में दो वा अधिक राशियों का दृश्य २ निःशेष भाग लग जाय तो पूर्व राशि को उन राशियों का समापवर्त्य कहते हैं और ऐसे ही जो किसी और सब से छोटी राशि में उन राशियों का निःशेष भाग लग जाय तो छोटी राशि को लघुतम समापवर्त्य ॥

जैसे ५ का १५ अपवर्त्य है क्योंकि ५ में ५ का श्वार गीक भाग लग जाता है और १ का भी १५ अपवर्त्य है क्योंकि उसमें ३ का ५ बार गीक भाग लग जाता है इसलिये ५ और १ का १५ समापवर्त्य है ऐसे ही ५ और १ के ३० और ४५ भी समापवर्त्य हैं परंतु उन सब अपवर्त्यों में १५ सबसे छोटा है इसलिये ५ और १ का १५ लघुतम समापवर्त्य हुआ

२ अ क, अ का अपवर्त्य है क्योंकि २ अ क में अ एक बार जा सकता है और २ अ क, क का भी अपवर्त्य है क्योंकि २ अ क में क, २ अ बार जा सकता है इसलिये अ और क का २ अ क समापवर्त्य है परंतु इसको अ और क का लघुतम समापवर्त्य इसलिये नहीं कहते कि अ और क का अ क भी समलघुतमापवर्त्य है और यह अ क से छोटा है इस कारण अ और क का अ क लघुतम समापवर्त्य है ॥

ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन से यह स्पष्ट जान पड़ता है कि जब एक राशि दूसरी राशि का अपवर्त्य हो तो दूसरी राशि अपवर्त्य का एक गुणक रूप अवयव होगी और जो दो वा अधिक राशियों की एक राशि अपवर्त्य हो तो हर एक राशि अपवर्त्य का गुणक रूप अवयव होगी इस से यह बात निकलती है कि दृष्ट राशियों का घात उनका समापवर्त्य होगा परंतु यह उन राशियों का समलघुतमापवर्त्य हो वा न हो ॥

जैसे २, ४, ६ का $2 \times 4 \times 6$ वा ४८ घात समापवर्त्य है परंतु २, ४, और ६ का लघुतम समापवर्त्य १२ है ॥

३२३० इसलिये दो वा अधिक राशियों का लघुतम समापवर्त्य ढूढ़ना हो तो हर एक राशिके गुणक रूप अवयव

निकाल कर एक ऐसी राशि बनाओ कि जिसमें प्रत्येक राशि के भिन्न गुणक रूप अवयव सब आजाय और किसी राशि में कोई गुणक रूप अवयव दो वा अधिक बार आया हो तो उसे जो राशि बनाओ उसमें उतने ही बार रक्खो तो इस रीति से जो राशि बनेगी वह सब राशियों का लघुतम समापवर्त्य होगी ॥

जैसे ३, १० और ६ इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो $३ = ३ \times १$, $१० = २ \times ५$, $६ = २ \times ३$

इसलिये ३, १, २, ५ भिन्न गुणक रूप अवयव हैं और किसी संख्या में एक गुणक रूप अवयव दो वा अधिक नगर्ही आया इस कारण $३ \times १ \times २ \times ५ = ३०$ यह लघुतम समापवर्त्य हुआ ॥

२३० ८, १६, १० और २० इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

$८ = २ \times २ \times २$, $१६ = २ \times २ \times २ \times २$, $१० = २ \times ५$ और $२० = २ \times २ \times ५$ इनमें २ और ५ भिन्न गुणक रूप अवयव हैं परन्तु एक संख्या में २, ४ बार आया है इस कारण $२ \times २ \times २ \times २ \times ५ = ८०$ यही लघुतम समापवर्त्य हुआ ॥

३३० २५, ६५ क और ८५ क इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

$२५ = २ \times ५$, $६५ क = २ \times १ \times ५ क$, $८५ क = २ \times २ \times २ क$ इनमें २, १ क और क ये भिन्न गुणक रूप अवयव हैं ॥

और एक राशि में २, १ बार आया है इस कारण २×२

$२ \times २ \times ३$ रूपक = २४ अक्षरों का यह लघुतम समापवर्त्य हुआ ॥

४ अक्षरों, ११ अक्षरों और २० अक्षरों इनका लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

८ अक्षरों = $२ \times २ \times २ \times २$ अक्षरों १२ अक्षरों = $२ \times २ \times ३$ अक्षरों

२० अक्षरों = $२ \times २ \times ५$ अक्षरों इनमें २, ३, ५ और २

भिन्न गुणक रूप अवयव हैं और २, ३, ५ बार एक राशि में

आया है और अक्षर ४ बार इस कारण $२ \times २ \times २ \times ३ \times ५$

अक्षरों = १२० अक्षरों यह लघुतम समापवर्त्य हुआ ॥

७ ॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

(१) १२८ और ८४ का सम महत्तम अपवर्तिक निकालो ॥

(२) १२५ और ८०० का

(३) ८०, १०० और १४० का

(४) अक्षरों और कक्षरों का

(५) कक्षरों और कक्षरों इनका

(६) अक्षरों और अक्षरों इनका

(७) ५ अक्षरों और १० अक्षरों का

(८) १५ अक्षरों और २० अक्षरों का

(९) ८ अक्षरों के और १७ अक्षरों के का

(१०) १४ मन पर और ७ मन पर इनका

(११) अक्षरों और २ अक्षरों का

(१२) ४ अक्षरों और ३ अक्षरों इनका ॥

(१३) अक्षरों और अक्षरों के गणका ॥

(१४) पर, पर और अक्षरों का ॥

(१५) २१ और २४ का लघुतम समापवर्त्य निकालो ॥

(१६) १२, १६ और २० का ॥

- (७) ४, ७, ८ और १४ का ॥
 (१८) ४, ७, १४, ११ और २४ का ॥
 (१९) १, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८ और ८ का
 (२०) २२, २२, २३ और २४ का ॥
 (२१) अथ और कय इनका ॥
 (२२) अथ और २ यर का ॥
 (२३) २ य, ६ य और ८ य का ॥
 (२४) अक अग और कग का ॥
 (२५) य, र और २ यर इनका ॥
 (२६) क घ, ग घ, ग घ और कग का ॥

॥भिन्न ॥

भिन्न शब्द का जो अर्थ अंक गणित में है वही बीज गणित में भी है जैसे $\frac{अ}{क}$ इसका यह अर्थ है कि एक बार संपूर्ण राशिके क तुल्य खण्ड हुए हैं और उधमें से अ के समान खंड लिये गये हैं अ अंश है और क हर, अ और क राशियों के स्थान में चाहो जो संख्या मान लो ॥

११ प्र० अब इस बात को दिखाते हैं कि $\frac{अ}{क}$ अ के कवें भाग की तुल्य है भिन्न की परिभाषा के अनुसार $\frac{अ}{क}$ इसका यह अर्थ है कि १ के क तुल्य खंड किये गये हैं और उनमें से अ खण्ड लिये हैं जब कि १ के ऐसे खंड भये हैं तो यह स्पष्ट दिखाई देता है कि प्रत्येक खण्ड १ का कवां भाग है और $\frac{अ}{क}$ से यह अर्थ है कि नैंसे अ भाग लिये हैं अर्थात् १ के कवां भाग को अ बार लिया है वा १ के कवां भाग को १+१+१ आदि अ तक लिया है और १+१+१ आदि अ के तुल्य है इसलिये $\frac{अ}{क}$ अ के कवें भाग के तुल्य है ॥

१४ प्र० जो किसी भिन्न के अंश और हर दोनों एक राशि से गुणे जाय तो भिन्न के मोल वा मान में कुछ अन्तर नही पड़ता ॥

जैसे $\frac{२अ}{क} = \frac{२अ}{२क} = \frac{१अ}{क} = \frac{नअ}{नक}$ क्योंकि $\frac{१अ}{२क}$ दूसका यह अ-

र्थ है कि १ के २ क तुल्य खंड हुए हैं और उन में से १ अ भाग लिये हैं जो एक के २ क तुल्य खंड किये जाय और १ ही के क तुल्य खण्ड किये जाय तो पहिला प्रत्येक खण्ड दूसरे प्रत्येक खण्ड से बूना होगा दूसर लिये पहिले प्रकार के जो खण्ड १ अ लिये जावें और दूसरे प्रकार के अ खंड लिये जावें तो दून खण्डों की संख्या तुल्य होगी ॥

इस कारण $\frac{अ}{क} = \frac{१अ}{२क}$

इसी रीति से यह भी सिद्ध हो सका है कि $\frac{अ}{क} = \frac{१अ}{२क} = \frac{नअ}{नक}$ यहाँ न के स्थान में चाहे जो संख्या मान लो ॥

$\frac{नअ}{नक}$ में एक के न क तुल्य खंड हुए हैं और अ में १ के क तुल्य खंड हुए हैं इसलिये $\frac{नअ}{नक}$ का प्रत्येक खंड $\frac{अ}{क}$ के प्रत्येक खंड का $\frac{१}{न}$ भाग हो क्योंकि जब एक ही संख्या में किसी बड़ी संख्या का भाग दिया जाय और उसी संख्या में किसी छोटी संख्या का भाग दिया जाय तो पहिली लब्धि दूसरी लब्धि से छोटी होगी इस कारण १ के न क भाग को न बार लें तो $\frac{नअ}{नक} \times \frac{न}{न} = \frac{अ}{क}$ के तुल्य हो ॥

(१५) प्र० क्योंकि $\frac{नअ}{नक} = \frac{अ}{क}$ इस्ते यह बात निकलती है कि जो एक भिन्न के अंश और हर दोनों में एक ही राशि का भाग दिया जाय तो भिन्न का मान ज्यों का त्यों ही बना रहता है ॥

॥ उदाहरण ॥

$$(१) \frac{अ}{क} = \frac{अ \times ग}{क \times ग} = \frac{अग}{कग} \quad (२) \frac{अ}{क} = \frac{अ \times घनैकावघ}{क \times घनैकावघ}$$

$$(३) \frac{अ-य}{य} = \frac{२अ-२य}{२य} \quad (४) \frac{अ-य}{य} = \frac{अ-अय}{अय}$$

$$(५) \frac{१-य}{१+य} = \frac{१-य२}{१+य२} \quad (६) \frac{१अ-क}{१अ-१क} = \frac{१अक-क}{१अक-१क}$$

$$(७) १६अ = \frac{१६अ}{१} = \frac{२५२अ}{७} \quad (८) \frac{अय-य}{१अय} = \frac{अ-य}{१अय}$$

$$(९) \frac{२अय-२य}{१अय} = \frac{अ१अय}{अ} \quad (१०) \frac{अ+अक}{अ-अक} = \frac{अ+क}{अ-क}$$

$$(११) \frac{१अक-१अक}{७अकग} = \frac{१अ-१क}{७ग}$$

$$(१२) \frac{अय-२अय}{१अय} = \frac{१-२य}{३}$$

ऊपर जो रीति लिखी है उस्से भिन्नों का लघुतम वा छोटा रूप हो जाता है क्योंकि जब एक भिन्न के अंश और हर दोनों में किसी राशि का निःशेष भाग लग जाय तो उन दोनों में उस राशि का भाग देने से भिन्न का स्वरूप लघुतम हो जायगा और उसके मान में कुछ अंतर न पड़ेगा इसको उदाहरण लिखते हैं ॥

॥ ८ अभासके लिये उदाहरण ॥

$$(१) \frac{१अय}{१य} \text{ का लघुतम रूप करे ॥}$$

$$(२) \frac{४अकग}{१अग} \text{ का तथा ॥}$$

- (३) $\frac{१०\text{अकप}}{१५\text{अ}} \text{ कातथा}$
- (४) $\frac{१\text{अकप}}{६\text{अप}} \text{ कातथा}$
- (५) $\frac{७५\text{अपर}}{१५\text{अर}} \text{ कातथा}$
- (६) $\frac{१\text{अकप}}{२\text{अकप}} \text{ कातथा}$
- (७) $\frac{\text{मप-नप}}{\text{मनप}} \text{ कातथा}$
- (८) $\frac{१\text{प-२प}}{५\text{प}} \text{ कातथा}$
- (९) $\frac{१४\text{अ} + २१\text{अ}}{७२\text{अक}} \text{ कातथा}$
- (१०) $\frac{४\text{कग} + २\text{ग}}{२\text{अग}} \text{ कातथा}$
- (११) $\frac{१\text{अय} - २\text{य}}{२\text{अय} - ३\text{य}} \text{ कातथा}$
- (१२) $\frac{\text{मनप मेप} + \text{मप}}{\text{मेप} - \text{पनप} + \text{मप}} \text{ कातथा}$

॥ भिन्नोके जोड़ने और घटाने की रीति ॥

॥ १११० दो वा अधिक भिन्नोके जोड़ने की रीति ॥

प्रथम जो सब भिन्नोके एक ही हर हों तो उनके अंशोंको जोड़के योगके तले वही हर रखदो ॥

जैसे $\frac{1}{४} + \frac{3}{४} = \frac{४}{४}$ वैसे ही $\frac{अ}{क} + \frac{ग}{क} = \frac{अ+ग}{क}$ ॥

क्योंकि $\frac{अ}{क}$ और $\frac{ग}{क}$ हर एक भिन्न में १ के क तुल्य खंड किये गये हैं और वैसे अ और ग खंड लिये गये हैं इसलिये वैसे अ और ग खंडों का योग $\frac{अ+ग}{क}$ के तुल्य है इसका यह अर्थ है कि १ के क तुल्य खंड किये गये हैं और वैसे अ और ग खंड लिये गये हैं इस रीति से $\frac{अ}{क} + \frac{ग}{क} + \frac{घ}{क} = \frac{अ+ग+घ}{क}$ और ऐसे ही चार वा अधिक भिन्नों का योग हो सक्ता है ॥

दूसरे जो भिन्नों के हर एक से न हों तो उन के स्थान में ऐसे भिन्न रखो कि उन के मान में तो अंतर न हो और उन के हर एक से हों यह बात ३४ प्रक्रम के अनुसार हो सकती है, जैसे $\frac{अ}{क}$ और $\frac{ग}{घ}$ इन दोनों भिन्नों का जिन के हर जुड़े हैं योग करो ॥

३४ प्र० के अनुसार $\frac{अ}{क} = \frac{अघ}{कघ}$ और $\frac{ग}{घ} = \frac{कग}{कघ}$ इस कारण $\frac{अ}{क} + \frac{ग}{घ} = \frac{अघ}{कघ} + \frac{कग}{कघ} = \frac{अघ+कग}{कघ}$ पहिली रीति के अनुसार ॥

$\frac{अ}{क}, \frac{ग}{घ}, \frac{च}{ज}$ इन भिन्नों का योग करो ॥

$\frac{अ}{क} = \frac{अघज}{कघज}$, $\frac{ग}{घ} = \frac{ग \times कज}{घ \times कज} = \frac{कगज}{कघज}$ क्योंकि ॥

५ प्रक्रम के अनुसार $ग \times क = कग$ और $घ \times क = कघ$ और ऐसे ही $\frac{च}{ज} = \frac{कघ \times च}{कघ \times ज} = \frac{कघच}{कघज}$ इस कारण $\frac{अ}{क} + \frac{ग}{घ} + \frac{च}{ज} =$

$\frac{अघज}{कघज} + \frac{कगज}{कघज} + \frac{कघच}{कघज} = \frac{अघज+कगज+कघच}{कघज}$

दूसी रीति से चार वा अधिक भिन्नों का योग हो सक्ता है ॥
भिन्नों के जोड़ने की जो रीति अंक गणित में लिखी है वह
ऊपर जो उदाहरण लिखे हैं उन से निकलती है ॥

॥ रीति ॥

प्रत्येक भिन्न के अंश को अपना हर छोड़ औरों के
हरों से गुण हो इन घातों का योग दृष्ट योग का अंश होगा
और सब भिन्नों के हरों का घात दृष्ट योग का हर होगा ॥

१७५. एक भिन्न में से दूसरे भिन्न के घटाने की रीति जो
ऊपर में जो किया करनी पड़ती है वही किया घटाने में भी
करते हैं केवल इतना अंतर है कि एक भिन्न के अंश को दु
सरे भिन्न के अंश में से घटा देते हैं ॥

$$\text{जैसे } \frac{अ}{क} - \frac{ग}{क} = \frac{अ-ग}{क} \text{ और } \frac{अ}{क} - \frac{ग}{घ} = \frac{अघ-कग}{कघ}$$

जो किसी राशि को भिन्न के स्वरूप में लाना चाहें तो
उसके नीचे १ हर लिख दो जैसे $अ = \frac{अ}{१}$, $घ = \frac{घ}{१}$
 $अ-क = \frac{अ-क}{१}$ आदि। इसका यह कारण है
कि १४ प्रक्रम के अनुसार $अ = \frac{अ \times १}{१} = \frac{अ}{१}$ ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{अ}{घ}$, $\frac{क}{घ}$, और $\frac{ग}{घ}$ इनका योग करो इन सबों के
एक से हर है इस कारण $\frac{अ+क+ग}{घ}$ योग हुआ ॥

(२) $\frac{अ}{घ}$ और $\frac{क}{२घ}$ इनका योग करो इन भिन्नों के हर जुड़े

हैं परन्तु $\frac{अ}{घ} = \frac{२अ}{२घ}$ इसलिये $\frac{२अ}{२घ} + \frac{क}{२घ} = \frac{२अ+क}{२घ}$
यही योग हुआ

(३) $\frac{१}{२}$ और $\frac{५}{२५}$ इनका योग करो

$$\frac{१}{२} = \frac{५}{२५}, \therefore \text{योग} = \frac{५}{२५} + \frac{५}{२५} = \frac{५+५}{२५}$$

(४) $\frac{५}{३}$, $\frac{५}{३}$ और $\frac{५}{४}$ इनका योग करो ॥

$$\frac{५}{३} = \frac{१ \times ४ \times ५}{१ \times ४ \times ३} = \frac{२०}{१२}, \quad \frac{५}{३} = \frac{१ \times ४ \times ५}{१ \times ४ \times ३} = \frac{२०}{१२}$$

$$\text{और } \frac{५}{४} = \frac{१ \times ३ \times ५}{१ \times ३ \times ४} = \frac{१५}{१२} \therefore \text{योग} = \frac{२०}{१२} + \frac{२०}{१२} + \frac{१५}{१२}$$

$$\frac{५५}{१२} = \frac{१५}{४} \quad \parallel$$

(५) $\frac{१}{५}$, $\frac{१}{५}$ और $\frac{१}{५}$ इनका योग करो ॥

$$\frac{१}{५} = \frac{१ \times २ \times ३ \times ४}{५ \times २ \times ३ \times ४} = \frac{२४}{६०}, \quad \frac{१}{५} = \frac{१ \times २ \times ३ \times ४}{५ \times २ \times ३ \times ४} = \frac{२४}{६०}$$

$$\frac{१}{५} \text{ और } \frac{१}{५} = \frac{१ \times २ \times ३ \times ४}{५ \times २ \times ३ \times ४} = \frac{२४}{६०} \parallel$$

$$\text{इसलिये योग} = \frac{२४}{६०} + \frac{२४}{६०} + \frac{२४}{६०} = \frac{७२}{६०}$$

इसका लघुतम रूप १५ को अनुसार $\frac{१२}{५}$ मह
हूँगा ॥

इस उदाहरण को जोड़ने की रीति के अनुसार किया परन्तु इस में बहुत किया करनी पड़ी इसलिये हम इस उदाहरण को इस रीति से करते हैं कि हर एक भिन्न का ६५ हर ऐसी रीति से रखो कि उन के मान में अंतर न पड़े ॥

$$\frac{1}{y} = \frac{6 \times 2}{6 \times y} = \frac{6}{6y}, \frac{2}{3y} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2y} = \frac{2 \times 2}{6 \times 2y} = \frac{4}{12y}$$

$= \frac{2}{6y} \text{ योग} = \frac{6+4}{6y} = \frac{10}{6y}$ यही उत्तर पहिले भी आया था हरों के लघुतम समापवर्त्य में प्रत्येक भिन्न के हर का भाग निशेष लम सक्ता है इस लिये इन लब्धियों से अपने २ अंश और हर को गुणा करो तो भिन्नों के समच्छेद लघुतम रूप में हो जायेंगे ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{y}{2}, \frac{y}{3}$ और $\frac{y}{4}$ इनका योग करो ॥

हरों का लघुतम समापवर्त्य १२ है जिसमें २, ६ बार जा सक्ता है ३, ४ बार और ४, ३ बार इसलिये प्रत्येक भिन्न के अंश और हर को ६, ४ और ३ से जुदा जुदा गुणा $\frac{y}{2} = \frac{6y}{12}, \frac{y}{3} = \frac{4y}{12}, \frac{y}{4} = \frac{3y}{12} \therefore \text{योग} =$

$$\frac{6y}{12} + \frac{4y}{12} + \frac{3y}{12} = \frac{13y}{12} \quad \parallel$$

(२) $\frac{9y}{5}, \frac{1y}{4}$ और $\frac{y}{10}$ इनका योग करो ॥

इनके हरों का लघुतम रूप समच्छेद २० है ॥

$$\frac{9y}{5} = \frac{36y}{20}, \frac{1y}{4} = \frac{5y}{20}, \frac{y}{10} = \frac{2y}{20} \quad \parallel$$

$$\therefore \text{योग} = \frac{36y + 5y + 2y}{20} = \frac{43y}{20} = \frac{2y}{5} \quad \parallel$$

(३) $\frac{y}{25}, \frac{y}{50}$ और $\frac{y}{100}$ इनका योग करो ॥

इनके हरों का लघुतम रूप समच्छेद १०० है

और यह १२ प्रक्रम के तीसरे उदाहरण में लिखा है
और २४ अक्ष में २ अक्ष, १२ क बार जा सकता है और
६ अक्ष, ४ बार और ८ अक्ष, ३ बार : $\frac{५}{२४} = \frac{१२ क य}{२४ अक्ष}$

$$, \frac{५}{६ अक्ष} = \frac{४ य}{२४ अक्ष}, \frac{५}{६ अक्ष} = \frac{३ य}{२४ अक्ष}$$

$$\therefore \text{योग} = \frac{१२ क य + ४ य + ३ य}{२४ अक्ष} = \frac{१२ क य + ७ य}{२४ अक्ष}$$

(४) $\frac{३ अक्ष}{७ क}$ को $\frac{६ अक्ष}{७ क}$ में से घटाओ

$$\frac{६ अक्ष}{७ क} - \frac{३ अक्ष}{७ क} = \frac{६ अक्ष - ३ अक्ष}{७ क} = \frac{३ अक्ष}{७ क} = \frac{अक्ष}{क} \quad \parallel$$

(५) $\frac{३ य}{१४ र}$ को $\frac{३ य}{४ र}$ में से घटाओ, $\frac{३ य}{४ र} = \frac{६ \times ३ य}{६ \times ४ र} =$

$$\frac{९ य}{१४ र} \therefore \text{अंतर} = \frac{९ य}{१४ र} = \frac{३ य}{४ र} = \frac{९ य}{१४ र} = \frac{५ य}{८ र} \quad \parallel$$

(६) $\frac{५ अक्ष}{४}$ में से $\frac{७ अक्ष}{६}$ को घटाओ इन भिन्नों को

द्वारा १२ लघुतम रूप समझे द है $\frac{५ अक्ष}{४} = \frac{१५ अक्ष}{१२}$

$$\text{और } \frac{७ अक्ष}{६} = \frac{१४ अक्ष}{१२} \therefore \text{अंतर} = \frac{१५ अक्ष}{१२} -$$

$$\frac{१४ अक्ष}{१२} = \frac{अक्ष}{१२} \quad \parallel$$

॥ अक्षभ्यास केलिये उदाहरण ॥

(१) $\frac{५}{५}$, $\frac{२ य}{५}$ और $\frac{३ य}{५}$ इनका योग करो

(२) $\frac{२ अक्ष}{३}$ और $\frac{अक्ष}{६}$ तथा ॥

$$(३) \frac{१५}{२}, \frac{५}{२} \text{ और } ३ \text{ तथा ॥}$$

$$(४) \frac{अ+य}{५} \text{ और } \frac{अ-य}{५} \text{ इन का योग करो ॥}$$

$$(५) \frac{२५+९}{७} \text{ और } \frac{४५-५}{७} \text{ तथा ॥}$$

$$(६) \frac{२५+९}{७} \text{ और } \frac{४५-५}{२२} \text{ तथा ॥}$$

$$(७) \frac{१}{२}, \frac{३}{२} \text{ और } \frac{३}{२} \text{ तथा ॥}$$

$$(८) \frac{१}{अक}, \frac{३}{अक} \text{ और } \frac{३}{अक} \text{ तथा ॥}$$

$$(९) \frac{३}{५र}, \frac{१}{५र} \text{ और } \frac{१}{२र} \text{ तथा ॥}$$

$$(१०) \frac{१}{अ}, \frac{३}{अक}, \frac{३}{अकग} \text{ तथा}$$

$$(११) ५, \frac{१५-५}{२} \text{ और } \frac{२५-४}{३} \text{ तथा}$$

$$(१२) \frac{५}{६}, \frac{७५-६}{३} \text{ और } \frac{४५+९}{१३} \text{ तथा ॥}$$

$$(१३) \frac{४५-५}{१०}, \frac{२५}{५} \text{ और } \frac{७५+६}{२५} \text{ तथा ॥}$$

$$(१४) \frac{३}{५}, \frac{१}{२५} \text{ और } \frac{४}{५} \text{ तथा ॥}$$

$$(१५) \frac{४}{५र}, \frac{१}{२र} \text{ और } \frac{३}{६र} \text{ तथा ॥}$$

$$(१६) \frac{य}{अ}, \frac{र}{क}, \frac{ल}{ग} \text{ तथा } ॥$$

$$(१७) \frac{यर-अक}{अक}, \frac{यर-कग}{कग} \text{ और } २ \text{ तथा } ॥$$

$$(१८) \frac{अ-क}{अक}, \frac{क-ग}{कग} \text{ और } \frac{ग-अ}{अग} ॥$$

$$(१९) \frac{४य}{५} \text{ को } \frac{६य}{१०} \text{ में से घटाओ } ॥$$

$$(२०) \frac{७य}{८} \text{ को } य, \text{ में से घटाओ } ॥$$

$$(२१) \frac{५य+४}{६} \text{ को } \frac{१०य+१७}{१८} \text{ तथा } ॥$$

$$(२२) \frac{२य-३}{४} \text{ को } \frac{५य-९}{८} \text{ तथा } ॥$$

$$(२३) \frac{३र+य+१३}{१०} \text{ को } \frac{३य+र}{५} + २ ॥$$

$$(२४) \frac{१५+३य}{य+२} \text{ को } ७ + \frac{२४}{य+२} ॥$$

$$(२५) \frac{३}{य} + \frac{४}{य} \text{ को } \frac{३}{य} + \frac{५}{य} \text{ तथा } ॥$$

$$(२६) \frac{य}{य+२} \text{ को } \frac{३य}{य+२} \text{ में से घटाओ } ॥$$

$$(२७) \frac{२य-७}{२१} \text{ को } \frac{३य+७}{२४} \text{ तथा } ॥$$

$$(२८) \frac{य}{१०} + \frac{४}{२५} \text{ को } \frac{११य-१३}{२५} \text{ तथा } ॥$$

$$(१६) \frac{२५}{क+गघ} \text{ को } \frac{५}{क} \text{ तथा } ॥$$

$$(१७) \frac{२५}{ग+र} \text{ को } \frac{५+र}{र} \text{ तथा } ॥$$

$$(१८) \frac{२}{र+घे} \text{ को } \frac{२+२५}{र+ग+२५}$$

$$(१९) \frac{५-र}{ग+र} \text{ को } \frac{५+र}{ग-र} ॥$$

॥ भिन्नो के गुणा करने और भाग देने की रीति ॥

१. २५ ग० भिन्न को पूर्णक से गुणा करने की रीति ॥

भिन्न के अंश को पूर्णक से गुणा करो और घात के नीचे भिन्न का दर रख दो। जैसे $ग \times \frac{२५}{क} = \frac{२५ग}{क}$ ॥

$\frac{२५}{क}$ और $\frac{२५ग}{क}$ इन दोनों भिन्नो में १ के क गुल्य खंड किये हैं और $\frac{२५ग}{क}$ भिन्न में २५ से गुल्य खंड अलिखे हैं और $\frac{२५ग}{क}$ भिन्न में २५ से गुल्य खंड ग बार लिखे हैं इस कारण $\frac{२५ग}{क}$ भिन्न $\frac{२५}{क}$ भिन्न की २५ पेशा ग बार बड़ा है ॥

॥ उदाहरण ॥

$$(१) \frac{२५}{क} \text{ को } २ \text{ से गुणा करो } ॥$$

$$\text{घात} = \frac{२२५}{क} \text{ क्योंकि दो गुणा } \frac{२५}{क} = \frac{२५}{क} + \frac{२५}{क} =$$

$$\frac{२५+२५}{क} = \frac{२२५}{क} ॥$$

$$(२) \frac{२५ग}{कर} \text{ को } म \text{ से गुणा करो } ॥ म \times \frac{२५ग}{कर} = \frac{म२५ग}{कर}$$

वही घात हुआ ॥

(३) $\frac{अ-य}{अ+य}$ को ७ से गुणा करो, घात $= ७ \times \frac{अ-य}{अ+य}$

$$= \frac{७अ-७य}{अ+य} \quad ||$$

(४) $\frac{अ-य}{क}$ को २ अ से गुणा करो, घात $= २अ \times \frac{अ-य}{क}$
 $= २ \frac{अ^२-अय}{क} \quad ||$

१५ प्र० भिन्न में पूर्णांक के भाग देने की रीति ॥

जो भिन्न के अंश में पूर्णांक का पूरा भाग लग जाय तो स
 वि के नीचे भिन्न के हर को रख दो वा भिन्न के हर को पूर्णांक
 से गुणा करो और दूस घात को हर मान दूसके ऊपर भिन्न
 का अंश लिखो, जैसे $\frac{अ ग}{क} \div ग = \frac{अ}{क}$ और $\frac{अ}{क} \div ग$
 $= \frac{अ}{क ग}$ क्योंकि १८ प्र० के अनुसार ग गुणा $\frac{अ}{क} = \frac{अ ग}{क}$
 इसलिये $\frac{अ ग}{क}$ का ग वाँ भाग अर्थात् $\frac{अ ग}{क} \div ग =$
 $\frac{अ}{क} \quad ||$

और क्योंकि १४ प्रक्रम के अनुसार $\frac{अ}{क} = \frac{अ ग}{क ग}$ और

१८ प्रक्रम के अनुसार $\frac{अ ग}{क ग} = ग गुणा \frac{अ}{क ग}$ इस कारण
 $\frac{अ}{क} भी = ग गुणा \frac{अ}{क ग}$ और $\frac{अ}{क}$, $\frac{अ}{क ग}$ की अपेक्षा ग

गुणा बड़ा है इसलिये $\frac{अ}{क}$ का ग वाँ भाग वा $\frac{अ}{क} \div ग =$
 $\frac{अ}{क ग}$ भाग देने की यही रीति लिखी है ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{२अ}{क}$ में २ का भाग दो, उत्तर $\frac{अ}{क}$, क्योंकि $२अ \div २ = अ$ ॥

(२) $\frac{मअय}{कर}$ में म, का भाग दो क्योंकि $मअय \div म = अय$ ॥ \therefore लब्धि = $\frac{अय}{कर}$ ॥

(३) $\frac{अ-७य}{अ+य}$ में ७ का भाग दो क्योंकि $अंश \div ७ = अ-य$
 \therefore लब्धि = $\frac{अ-य}{अ+य}$ ॥

(४) $\frac{२अक-२अ}{ग}$ में २-अ का भाग दो ॥
 क्योंकि $२अक-२अ$ में २-अ का भाग दिया तो $क-अ$
 लब्धि हुई इसलिये लब्धि = $\frac{क-अ}{ग}$ ॥

१४० प्रकम एक भिन्न को दूसरे भिन्न से गुणा करने की रीति
 अंश को अंश से गुणा करो और हर को हर से ॥

जैसे $\frac{अ}{क} \times \frac{ग}{घ} = \frac{अग}{कघ}$ ॥

$\frac{अ}{क} \times \frac{ग}{घ}$ इसका यह अर्थ है कि $\frac{ग}{घ}$ को $\frac{अ}{क}$ बार गुणा करना है $\frac{अ}{क}$ को अ गुणा किया तो $\frac{अग}{घ}$ लब्धि हुई परन्तु १३ प्रकम के अनुसार $\frac{अ}{क}$ का अर्थ है अ का कवां भाग और $\frac{ग}{घ}$ को अ बार गुणा नहीं करना है परन्तु उसे अ के कवां भाग बार गुणा करना है इस कारण $\frac{अग}{घ}$ का कवां भाग अर्थात् $\frac{अग}{घ} \div क = \frac{अग}{कघ}$ १५ प्रकम के अनुसार ॥

$\therefore \frac{अ}{क} \times \frac{ग}{घ} = \frac{अग}{कघ}$ - यही रीति है ॥

$$\text{अनुमान क्योंकि } \frac{\text{अ}}{\text{क}} \times \frac{\text{ग}}{\text{घ}} = \frac{\text{अ ग}}{\text{क घ}} ॥$$

$$\therefore \frac{\text{अ}}{\text{क}} \times \frac{\text{ग}}{\text{घ}} \times \frac{\text{च}}{\text{ज}} = \frac{\text{अ ग}}{\text{क घ}} \times \frac{\text{च}}{\text{ज}} = \frac{\text{अ ग च}}{\text{क घ ज}} ॥$$

॥ इसी रीति से चार वा अधिक भिन्नों का गुणा हो सकता है

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{\text{अ}}{\text{क}}$ को $\frac{\text{ग}}{\text{घ}}$ से गुणा करो उत्तर $\frac{\text{अ ग}}{\text{क घ}}$ ॥

(२) $\frac{\text{अ-य}}{\text{र}}$ को $\frac{\text{घ}}{\text{व}}$ से गुणा करो, $\frac{\text{घ}}{\text{व}} \times \frac{\text{अ-य}}{\text{र}} = \frac{\text{घ अ-य}}{\text{व र}}$

(३) $\frac{\text{१ अ}}{\text{१ र}}$ को $\frac{\text{क}}{\text{घ}}$ से गुणा करो, $\frac{\text{१ अ}}{\text{१ र}} \times \frac{\text{क}}{\text{घ}} = \frac{\text{१ अ} \times \text{क}}{\text{१ र} \times \text{घ}} =$

$$\frac{\text{१ अ क}}{\text{१ र घ}} ॥$$

(४) $\frac{\text{घ}}{\text{अ}}$ को $\frac{\text{घ}}{\text{अ}}$ से गुणा करो, घात = $\frac{\text{घ} \times \text{घ}}{\text{अ} \times \text{अ}} = \frac{\text{घ}^२}{\text{अ}^२} ॥$

(५) $\frac{\text{अ क}}{\text{१ र}}$ को $\frac{\text{१ अ क}}{\text{५ र}}$ से गुणा करो ॥

$$\text{घात} = \frac{\text{अ क} \times \text{१ अ क}}{\text{१ र} \times \text{५ र}} = \frac{\text{१ अ}^२ \text{ क}^२}{\text{५ र}^२} ॥$$

पाँच वें उदाहरण में जो उत्तर लिखा है उसका लघु तम रूप नहीं हुआ है क्योंकि उसके अंश और हर दोनों में १ अ निःशेष भाग लग सकता है गुणा करने के पक्ष से हमें देखना चाहिये था कि बृह घात के अंश और हर दोनों का १ सम गुणक रूप अवयव है इस कारण उसे छोड़ देना चाहिये था क्योंकि भिन्न के अंश और हर दोनों

में एक राशि का भाग देने से भिन्न का मान बदलता नहीं ऐसे ही जो दृष्ट घात के अंश और हर दोनों में जो एक से अधिक गुणक रूप अवयव हों तो उनको अंश और हर दोनों में से निकाल डालो इससे घात का लघुतम रूप हो जायगा ॥

॥ उदाहरण ॥

(६) $\frac{२५}{१}$ को $\frac{१५}{५}$ से गुणा करो ॥

$\frac{२५}{१} \times \frac{१५}{५} = \frac{२५}{५}$ घात के अंश और हर दोनों के गुणक रूप अवयव ५ को निकाल डालो ॥

(७) $\frac{४५}{५}$ को $\frac{५५}{४}$ से गुणा करो ॥

घात = $\frac{४५ \times ५५}{५ \times ४}$ इसके अंश और हर दोनों में ४

और ५ गुणक रूप अवयव हैं इस कारण उनको निकाल डाला तो अंश = $५ \times ५ = २५$ और हर = $१ \times १ = १$ और घात = $\frac{२५}{१}$ वा २५ परंतु इस घात को एक दो बार देखकर निकाल लेना चाहिये जैसे $\frac{४५}{५} \times \frac{५५}{४} = \frac{२५}{१}$ ॥

(८) $\frac{१५-५}{४}$ को ४ से गुणा करो, इस प्रश्न को देखते ही

मालूम होता है कि घात = $१५-५$ है क्योंकि किसी एक पदार्थ वा राशि की चौथाई को चौगुना करे तो घात संपूर्ण पदार्थ वा राशि के तुल्य होगा ॥

(९) $\frac{१५-५}{८}$ को ८ से गुणा करो ॥

इस प्रश्न में $१५-५$ में ४ का भाग लगा है और वही राशि ८ में गुणी गई है इसलिये ४ का भाग देने

और ८ से गुणा करने के स्थान में २ य—५ को २ से गुणा
तो घात ४ य—१० के तुल्य दुष्टा ॥

(१०) $\frac{२५-५}{१८}$ को ८ से गुणा करो ॥

$\frac{८०}{१८} = ५ \therefore$ घात = ५ गुणा २५—५ वा १० य—२५ ॥

(११) $\frac{अ+क}{अ}$ को $\frac{अ-क}{क}$ से गुणा करो ॥

घात = $\frac{अ+क}{अ} \times \frac{अ-क}{क}$ और $अ+क$ को $अ-क$

से गुणा तो $अ-क$ दुष्टा इस कारण घात = $\frac{अ-क}{अ क}$

॥ ४१५० एक भिन्न में दूसरे भिन्न के भाग देने की रीति ॥

॥ रीति ॥

जो भिन्न भाजक हो उसको पलट दो अर्थात् उसके
अंश के स्थान में हर रखो और हर के स्थान में अंश
लिखो फिर भिन्न गुणन की रीति से दोनों भिन्नो का गुणा
कर लो । जैसे $\frac{अ}{क} \div \frac{ग}{घ} = \frac{अ}{क} \times \frac{घ}{ग} = \frac{अ घ}{क ग}$ ॥

क्योंकि लब्धि एक ऐसी राशि होती है कि जो उसे भाजक
से गुणा करो तो घात भाज्य के तुल्य होगा इस कारण जो भा
ज्य के ऐसे दो गुणक रूप अवयव कर लिये जाय कि उन में ए
क भाजक के तुल्य हो तो दूसरा गुणक रूप अवयव लब्धि
के तुल्य होगा ऊपर जो उदाहरण लिखा है उसमें $\frac{अ}{क}$
भाज्य है और $\frac{ग}{घ}$ बाबर $\frac{अ \times ग घ}{क \times ग घ} = \frac{अ ग घ}{क ग घ} =$

$\frac{ग अ घ}{घ क ग} = \frac{ग}{घ} \times \frac{अ घ}{क ग}$ इसमें $\frac{ग}{घ}$ गुणक रूप अवयव
भाजक है इस कारण दूसरा गुणक रूप अवयव $\frac{अ घ}{क ग}$

लब्धि है ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $\frac{3}{4}$ में $\frac{2}{3}$ का भाग दो ॥

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8} \quad \parallel$$

(२) $\frac{अ}{क}$ में $\frac{अ}{क}$ का भाग दो ॥

$$\frac{अ}{क} \div \frac{अ}{क} = \frac{अ}{क} \times \frac{क}{अ} = \frac{अक}{अक} = \frac{१}{१} \text{ १५५क्रम के अनुसार } \parallel$$

(३) $\frac{१अक}{१यर}$ में $\frac{क}{१}$ का भाग दो ॥

$$\frac{१अक}{१यर} \div \frac{क}{१} = \frac{१अक}{१यर} \times \frac{१}{क} = \frac{१अक१}{१कयर} =$$

$$\frac{१अक१}{१कयर} = \frac{१अ}{१र} \quad \parallel$$

(४) $\frac{१अक}{१०५र}$ में $\frac{अक}{१यर}$ का भाग दो ॥

$$\frac{१अक}{१०५र} \div \frac{अक}{१यर} = \frac{१अक}{१०५र} \times \frac{१यर}{अक} =$$

$$\frac{१अ.अक.१यर}{५यर.१यर.अक} = \frac{१अ}{५यर} \quad \parallel$$

(५) $\frac{अ-१}{४}$ में $\frac{अक}{१}$ का भाग दो ॥

$$\frac{अ-१}{४} \div \frac{अक}{१} = \frac{अ-१}{४} \times \frac{१}{अक} = \frac{अ-१}{४अक}$$

(६) $\frac{अ-१}{अ१}$ में $\frac{अ+१}{अ}$ का भाग दो ॥

$$\frac{\text{अ-य}}{\text{अ+य}} \div \frac{\text{अ+य}}{\text{अ}} = \frac{\text{अ-य}}{\text{अ+य}} \times \frac{\text{अ}}{\text{अ+य}} = \frac{\text{अ-य}}{\text{य}}$$

$$\frac{\text{अ+य अ}}{\text{अ अ+य}} = \frac{\text{अ-य}}{\text{य}} \quad \parallel$$

$$(७) \frac{१+य+२य}{३य} \text{ में } \frac{१+य}{३य} \text{ का भाग दो ॥}$$

$$\text{लब्धि} = \frac{१+य+२य}{३य} \cdot \frac{२य}{१+य} = \frac{१+य}{३} \cdot \frac{१+य}{य} \cdot \frac{२य}{१+य} =$$

$$\frac{१+य}{३} \times २ = \frac{२+२य}{३} \quad \parallel$$

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

$$(१) \frac{५}{३} \text{ को ३ से गुणा करो ॥ (६) } \frac{१२+८य}{१६} \text{ को ८ से ॥}$$

$$(२) \frac{३य}{२} \text{ को २ से ॥ (१०) } \frac{८-७य}{४३} \text{ को ८ से ॥}$$

$$(३) \frac{५य}{४} \text{ को २ से ॥ (११) } \frac{६य+१३}{१४} \text{ को १५ से ॥}$$

$$(४) \frac{य}{३} \text{ को ६ से ॥ (१२) } \frac{१य-१}{७३} \text{ को १५ से ॥}$$

$$(५) \frac{\text{अ-य}}{२} \text{ को ४ से ॥ (१३) } \frac{३य+४}{५३} \text{ को ११ से ॥}$$

$$(६) \frac{७य}{१५} \text{ को ६० से ॥ (१४) } \frac{य-१३}{२३} \text{ को ७ से ॥}$$

$$(७) \frac{२य}{२१} \text{ को ८४ से ॥ (१५) } \frac{२३-४य}{२३} \text{ को १० से ॥}$$

$$(८) \frac{१य-५}{९} \text{ को ६ से ॥ (१५) } \frac{२३-४य}{२३} \text{ को १० से ॥}$$

(१६) $\frac{३य}{३}$ को $\frac{१}{३}$ से ॥

(१७) $\frac{११अय}{४र}$ में $\frac{७अ}{४}$ का ॥

(१७) $\frac{१य}{३}$ को $\frac{१य}{३}$ से ॥

(१८) $\frac{३यन}{४}$ में $\frac{२य}{४}$ का ॥

(१८) $\frac{३-३य}{४}$ को $\frac{४}{४}$ से गुणा ॥

(१९) $\frac{२य-४यर}{४}$ में $\frac{१य}{४}$ का ॥

(१९) $\frac{१य}{२य}$ को $\frac{१य}{२य}$ से ॥

(२०) $\frac{१अ+४अक}{४}$ में $\frac{१अ}{४}$ का ॥

(२०) $\frac{य}{४} + \frac{२}{४}$ को $यर-१$ से

(२१) $\frac{४यर}{४}$ में $\frac{३य}{४}$ का ॥

(२१) $\frac{४य}{३}$ में $\frac{५का}{३}$ भाग दो ॥

(२२) $\frac{२अकग}{३य}$ में $\frac{अग}{कय}$ का ॥

(२२) $\frac{२य}{४}$ में $\frac{५का}{४}$ भाग दो

(२३) $\frac{अयर}{३कग}$ में $\frac{अर}{४य}$ का ॥

(२३) $\frac{३य}{४}$ में $\frac{६का}{४}$ भाग दो

(२४) $य + \frac{१}{४}$ को $य + \frac{१}{४}$ से $\frac{४}{४}$ करो

(२४) $\frac{य}{४} + य$ को $\frac{४}{४} + \frac{१}{४}$ से

(२५) $\frac{१}{१+य} + \frac{१}{१-य}$ को $\frac{१}{३}$ से ॥

(२६) $\frac{१-२अ}{१+अ}$ को $\frac{१}{१-अ}$ से ॥

(२७) $\frac{१}{३} + \frac{य-३}{२}$ को $\frac{१}{३} + \frac{य-३}{२}$ से

(२८) $\frac{अ}{क} + \frac{१}{३} - \frac{क}{अ}$ को $\frac{क}{अ} - \frac{१}{३} - \frac{अ}{क}$ से

(२९) $\frac{अ-अय}{क}$ को $\frac{क}{अ-य}$ से गुणा करो ॥

(३०) $\frac{अ+अय+य}{अ-अय+य}$ को $\frac{अ-य}{अ+य}$ से ॥

(३१) $२ + \frac{१}{य}$ में $१ - \frac{१}{य}$ का भाग दो ॥

$$(४०) \frac{२-य}{२} \text{ में } \frac{य}{१-य} \text{ का भाग दो ॥}$$

$$(४१) \frac{क-१अ}{२अक} \text{ में } \frac{१अक}{४अक} \text{ का ॥}$$

$$(४२) १ \text{ में } १ + \frac{य}{४-य} \text{ का भाग दो ॥}$$

$$(४३) \frac{१}{२} \text{ में } \frac{१}{२} - \frac{य}{२} \text{ का भाग दो ॥}$$

$$(४४) \frac{१+य}{१+य} \text{ में } १ - \frac{१+य}{१+य} \text{ का भाग दो ॥}$$

$$(४५) अक \text{ में } \frac{क}{अ-य} \text{ का भाग दो ॥}$$

$$(४६) \frac{अ-य}{१+य} \text{ में } \frac{अ-य}{अ+य} \text{ का भाग दो ॥}$$

४२ प्र० जैसे एक संपूर्ण राशि के स्थान में एक अक्षर लिख देते हैं और उस पर जो क्रिया करनी होती है उसका चिह्न उस अक्षर के साथ लगा देते हैं वैसे ही जब दो वाच्यिकपदवाच्यगुणक रूप अवयवों की राशि को एक संपूर्ण राशि मानते हैं तो उसे ऐसे एक कोष्ठ (), { }, [] के भीतर लिखते हैं और

जो उस संपूर्ण राशि पर क्रिया करनी होती है उसका चिह्न कोष्ठ के साथ लगा देते हैं कोष्ठ शब्द का अर्थ कोठा है ॥

जैसे अ + (क - ग) इस का अर्थ है कि क - ग को अ में जोड़ना है अ - (क - ग) इस का अर्थ है

किक-ग को अ में से घटाना है अ x (क-ग) इसका
 अर्थ है कि क-ग को अ से गुणा करना है (क-ग)
 ÷ अ इसका अर्थ है कि क-ग में अ का भाग दे
 ना है

(क-ग) इसका अर्थ है कि क-ग का वर्ग करना है
 $\sqrt{(क-ग)}$ तथा क-ग का वर्ग मूल लेना है ॥

(अक^३) तथा अ गुणाक का वर्ग करना है ॥
 कोष्ठ के मिटाने से राशि का अर्थ पलट जाता है जैसे
 क-ग को अ बार गुणा करना हो तो अ x (क-ग) यों
 लिखेंगे और जो कोष्ठ न लिखें जैसे अ x क-ग तो य
 ह अक-ग के तुल्य है और अ (क-ग) अक-अ
 ग के तुल्य है ऐसे ही क-ग का वर्ग लिखना हो तो
 (क-ग)^२ यों लिखेंगे और जो कोष्ठ न लिखें जैसे क-ग
 तो इसका अर्थ है कि क में से ग का वर्ग घटाना है और
 (क-ग) इसका अर्थ है कि क-ग राशि का वर्ग क
 रना है और वह क-२कग+ग के तुल्य है ॥

४१ प्र० कोष्ठ के स्थान में संपूर्ण पद वा गुणक रूप अव
 यनों के ऊपर एक ————— ऐसी सीधी रेखा कर देते हैं
 और उसे श्रृंखला कहते हैं श्रृंखला शब्द का अर्थ साँक
 लवा जंजीर है ॥

जैसे अ-क-ग इसका वही अर्थ है जो अ-
 (क-ग) का है $\sqrt{क-ग}$ इसका वही अर्थ है जो
 $\sqrt{(क-ग)}$ का है ॥

क-ग^२ तथा (क-ग)^२ का है ॥

और यह बात भी याद रखो कि निम्न के अंश और

हर दोनों के बीच जो रेखा होती है उसे अंश और
हर दोनों का शृंखल जानो ॥

जैसे $\frac{क-ग}{अ}$ इसका वह अर्थ है जो $\frac{क-ग}{अ}$

का है व $\frac{क-ग}{अ}$ का है और $\frac{अ-क}{ग-घ}$ इसका भी वही जो $\frac{अ-क}{ग-घ}$ वा $(अ-क) \div (ग-घ)$ का अर्थ है ॥

४४ प्र० कोष्ठ वा शृंखल के साथ जिस क्रिया का चिन्ह लगा हो जब तक वह क्रिया पूरी न हो जाय तब तक उस कोष्ठ वा शृंखल को मत मिटाओ ॥

जैसे $अ + (क-ग)$ यह कोष्ठ केवल इसी अर्थ से रक्खा है कि $क-ग$ संपूर्ण राशिको अ में जोड़ना है और इसलिये इस क्रिया का चिन्ह कोष्ठ के बाईं ओर लगा है और जब दोनों राशि जुड़ जाय तब कोष्ठ का रखना कुछ अवश्य नहीं ऐसे ही $अ - (क-ग)$ इसमें कोष्ठ के पहिले जो $-$ चिन्ह आया है उसका अर्थ है कि $क-ग$ संपूर्ण राशिको अ में से घटाना है और जब वह उस में से घट जाय तब कोष्ठ को मिटा दो ॥

॥ पहिले उदाहरण की रीति ॥

१६ प्रक्रम के अनुसार $क-ग$ और $अ$ इनका योग करना यही है कि उनको अपने २ चिन्ह सहित एक सीध में लिख दो जैसे $अ + क-ग$ इसलिये जब योग के लिये कोष्ठ आवे वा उसके पहिले $+$ चिन्ह हो तो कोष्ठ रखना कुछ अवश्य नहीं ॥

१७ प्रक्रम के अनुसार जब एक राशिको दूसरी राशि में

से घटाते हैं तो जिस राशि को घटाते हैं उसके सब पदों के चिन्ह बदल देते हैं अर्थात् + के स्थान में - लिखते हैं और - के स्थान + चिन्ह रखते हैं और फिर जोड़ने की रीति से योग करते हैं जैसे क-ग को अ में से घटाना होता है म क-ग के स्थान में - क+ग रखेंगे और इससे अ में जोड़ देंगे जैसे अ-क+ग यह १६ प्रक्रम के अनुसार योग हुआ इसलिये जब कोष्ट के पहिले - चिन्ह हो तो कोष्ट के भीतर जो चिन्ह हों उन्हें बदल दो अर्थात् + के स्थान में - चिन्ह लिखो और - के स्थान में + चिन्ह रखो तिस पीछे कोष्ट को मिटा दो ॥

परंतु जब कोष्ट के साथ गुणा, भाग, घात किया और मूल किया इनमें से कोई किया साथ लगी है तो जब तक बद्ध किया पूरी न हो जाय तब तक कोष्ट को दूर मत करो ॥ दूसरी रीति के उदाहरण अंकों में लिखते हैं ॥

जैसे ८- (६-३) इसका यह अर्थ है कि ८ में ३ को घटाकर शेष को ८ में से घटाना है तो $८-३=५$ ॥
 $८-(६-३)=८-३=५$ यह उत्तर हुआ ॥

कदाचित् कोष्ट न करें और ८-६-३ ऐसे ही लिख दें तो इसका यह अर्थ है कि ८ में से ६ को घटाकर जो बाकी रहे उस में से ३ को घटाना है तो $८-६=२$ ॥
 $८-६-३=२-३=-१$ यह उत्तर हुआ ॥

इसलिये जो कोष्ट को मिटाना हो तो उसके भीतर की राशियों के चिन्ह पलट दो ॥ जैसे ८-(६-३)=८-६+३=५ यही उत्तर पहिले आया था ॥

कोष्ट से कभी दो अर्थ भी निकलते हैं जैसे अ- (अ-क)

वा अ—अ—क इस कोष्ठ से एक तो यह अर्थ निकल
ता है कि अ—क सम्पूर्ण राशिका वर्ग करना है और दूस
रा यह कि जब उस वर्ग निकल आवे तो उस सम्पूर्ण वर्ग के
पदों को अ में से घटाना है और जब दोनों किया हो
जाय तब कोष्ठ को मिटा डालो ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) अ+(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\begin{aligned} \text{अ} + (\text{अ} - \text{क}) &= \text{अ} + \text{अ} - \text{क} \text{ पहिली रीति से} \\ &= २\text{अ} - \text{क} \end{aligned}$$

(२) अ+क+(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\begin{aligned} \text{अ} + \text{क} + (\text{अ} - \text{क}) &= \text{अ} + \text{क} + \text{अ} - \text{क} \text{ पहिली} \\ \text{रीति से} &= २\text{अ} \end{aligned}$$

(३) अ—(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\begin{aligned} \text{अ} - (\text{अ} - \text{क}) &= \text{अ} - \text{अ} + \text{क} \text{ दूसरी रीति से} \\ &= \text{क} \end{aligned}$$

(४) अ+क—(अ—क) इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\begin{aligned} \text{अ} + \text{क} - (\text{अ} - \text{क}) &= \text{अ} + \text{क} - \text{अ} + \text{क} \text{ दूसरी री} \\ \text{तिके अनुसार} &= २\text{क} \end{aligned}$$

(५) अग—अ—क. ग इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\begin{aligned} \text{अग} - \text{अ} - \text{क. ग} &= \text{अग} - \text{अग} - \text{कग} \\ &= \text{अग} - \text{अग} + \text{कग} \text{ दूसरी रीति के अनु} \\ \text{सार} &= \text{कग} \end{aligned}$$

(६) $\frac{\text{अ}}{\text{क}} - \frac{\text{अ}-\text{क}}{\text{क}}$ इसका लघुतम रूप करो

$$\begin{aligned} \frac{\text{अ}}{\text{क}} - \frac{\text{अ}-\text{क}}{\text{क}} &= \frac{\text{अ} - \text{अ} + \text{क}}{\text{क}} \text{ १५. कक} \\ &= \frac{\text{क}}{\text{क}} \text{ उत्सार} \end{aligned}$$

$$= \frac{अ-अ+क}{क} \text{ दूसरी रीति के अनुसार}$$

$$= \frac{क}{क}$$

$$= १$$

$$(७) १ + \frac{अ+य}{अ-य} \text{ इसका लघुतम रूप करो॥}$$

$$१ + \frac{अ+य}{अ-य} = \frac{अ-य}{अ-य} + \frac{अ+य}{अ-य}$$

$$= \frac{अ-य+अ+य}{अ-य} \text{ १६ प्रक्रम के अनुसार}$$

$$= \frac{अ-य+अ+य}{अ-य} \text{ पहिली रीति के अनुसार}$$

$$= \frac{२अ}{अ-य}$$

$$(८) १ - \frac{अ-य}{अ+य} \text{ इसका लघुतम रूप करो}$$

$$१ - \frac{अ-य}{अ+य} = \frac{अ+य}{अ+य} - \frac{अ-य}{अ+य}$$

$$= \frac{अ+य-अ+य}{अ+य} \text{ १७ प्रक्रम के अनुसार}$$

$$= \frac{अ+य-अ+य}{अ+य} \text{ दूसरी रीति के अनुसार}$$

$$= \frac{२य}{अ+य}$$

$$(९) अ - \frac{अ-क}{२} \text{ इसको २ से गुणा करो ॥}$$

$$२ \times \left(अ - \frac{अ-क}{२} \right) = २अ - २ \times \frac{अ-क}{२} \text{ गुणा दो}$$

गया इसलिये को ६ को दूर किया

$$= २अ - अ - क$$

= २अ - अ + क दूसरी रीति के अनुसार

$$= अ + क$$

(१०) $\frac{य}{२} - \frac{य-६}{५}$ को १० से गुणा करो ॥

$$\text{घात} = १० \times \frac{य}{२} - १० \times \frac{य-६}{५} \text{ २२ प्रकम के अनुसार}$$

$$= \frac{१०य}{२} - \frac{१०(य-६)}{५} \text{ ३८ प्रकम से}$$

$$= ५य - २(य-६)$$

$$= ५य - (२य - १२)$$

$$= ५य - २य + १२ \text{ दूसरी रीति से}$$

$$= ३य + १२$$

(११) $(अ + क)^२ - (अ - क)^२$ इसका लघुतम रूप करो ॥

$$(अ + क)^२ - (अ - क)^२ = (अ + २अक + क^२) - (अ^२ - २अक + क^२)$$

$$= अ^२ + २अक + क^२ - अ^२ + २अक - क^२$$

पहिली और दूसरी रीति के अनुसार

$$= ४अक$$

(१२) $\frac{अ - (क - ग)}{(अ + क) - ग}$ इसका लघुतम रूप करो ॥

$$\text{अंश} = (अ + क - ग)(अ - क - ग)$$

$$= (अ + क - ग)(अ - क + ग)$$

$$\text{हर} = (अ + क + ग)(अ + क - ग)$$

$$= (\text{अ} + \text{क} + \text{ग}) (\text{अ} + \text{क} - \text{ग})$$

$$\text{मि.क.} = \frac{(\text{अ} + \text{क} - \text{ग})}{(\text{अ} + \text{क} + \text{ग})} \cdot \frac{(\text{अ} - \text{क} + \text{ग})}{(\text{अ} + \text{क} - \text{ग})} = \frac{(\text{अ} - \text{क} + \text{ग})}{\text{अ} + \text{क} + \text{ग}}$$

॥ उदाहरण ॥

(१) अकअ (ग-क) इसकालघुतम रूपकरो ॥

(२) ४(१+य)+३य इसकालघुतम रूपकरो ॥

(३) २(अ+य)-२(अ-य) इसका तथा ॥

(४) २(अ+क) (अ-क) तथा ॥

(५) ५(१-य)+(१+५य) × २ तथा ॥

$$(६) \frac{\text{अ}-य}{२} - \frac{य-२य}{२} \quad \text{तथा ॥}$$

(७) $\frac{१}{२}(\text{अ} + \text{क}) - \frac{१}{२}(\text{अ} - \text{क})$ तथा ॥

(८) (अ+७)य+(क-७)य तथा ॥

(९) २-(-४+५य) इसकालघुतम रूपकरो ॥

(१०) १-१-१-य तथा ॥

(११) (६अ-क+ग)-(अ-क-२ग) ॥

(१२) $\frac{१}{२}(\text{अ}-य) (२\text{अ}+य)+३य(\text{अ}+य)$

(१३) (१+य)(१-य)(१+य^२) ॥

(१४) $२\left(\frac{१}{२}-\frac{१}{४}\right) \div (२य+१) + \frac{१}{२}$ ॥

$$(१५) \frac{१}{२} \left(\frac{अ}{क} + \frac{ग}{घ} \right) + \frac{१}{२} \left(\frac{अ}{क} - \frac{ग}{घ} \right) \quad ॥$$

$$(१६) \left\{ \frac{अ(अ+क)+क}{अ} \right\} \div \left\{ क(अ+क)-अ \right\} \quad ॥$$

$$(१७) ४ \times \left\{ \frac{१}{८(१-य)} + \frac{१}{८(१+य)} \right\} \quad ॥$$

$$(१८) \frac{२य(२य-अ)}{(अ-२अ)} + \frac{अ}{अ-२य} \quad ॥$$

$$(१९) \frac{३}{४} (य+२) \left\{ य+२ - \frac{३}{४} (२य+१) \right\}$$

$$(२०) \{ १-१-य \} ग(२+य) \quad ॥$$

॥ एकवर्ण समीकरण ॥

४५ प्र० जो हम कहें कि $२+३=५$ वा $२ \times (१+६)$
 $= १२$ तो इन की राता में हम कुछ सन्देह नहीं हैं और
 इस का ऐसी समता में हम कुछ प्रश्न नहीं कर सकते ॥ ऐसे ही

$२य+३य=५य$ वा $२(अ+य)=२अ+२य$
 इन र्क समता में भी कुछ शंका नहीं है क्योंकि हम अच्छी
 रीति से जानते हैं कि य के स्थान में चांदो सो मान रक्वो
 परंतु $२य+३य$ अवश्य $५य$ के तुल्य होगा इसमें कु
 छ सन्देह नहीं तो ऐसी समता को एक रूपता कहते हैं
 और जो हम कहें कि $य+४=६$ वा $२(१+य)=७$ ॥

तो ऐसी समता में य का एक नियत मान रखने से समता
 बनी रहैगी और ऐसी समता को समीकरण कहते हैं औ
 र ऐसे समीकरण में य अव्यक्त राशि का मान जिस क्रिया
 से निकलता है उसे एव्यकरण कहते हैं और जब अ-
 व्यक्त राशि के मान को उसके स्थान में रखकर समीकरण
 की सत्यता दिखाते हैं तो उसको आलाप कहते हैं ॥

$y + ४ = ६$ इस समीकरण में y का मान बताओ तो इस प्रश्न में हम देखते हैं कि y को ४ में जोड़ने से ६ होते हैं इस कारण अवश्य $y = २$ ॥

$२(१ + y) = १४$ इस समीकरण में y का मान बताओ तो इस प्रश्न में हम देखते हैं कि दोगुणा $(१ + y)$, १४ के तुल्य है इस कारण $१ + y$ अवश्य ७ के तुल्य होगा और केवल y ६ के तुल्य होगा ॥

ऐसे प्रश्नों में अव्यक्त राशि का मान निकालना बहुत कठिन नहीं है परंतु बहुतरे प्रश्न ऐसे होते हैं कि उन में अव्यक्त राशि बहुत दूरी तक रहती है ऐसे प्रश्नों में अव्यक्त राशि का मान निकालने में बीज गणित का बड़ा प्रयोजन पड़ता है इस के अर्थ हम रीतें लिखते हैं और उन सब रीतों की सत्यता इस खय सिद्ध परिभाषा से पार्ज जाती है ॥

कि जो तुल्य राशियों पर समान क्रिया की जाय तो उन के फल भी तुल्य होंगे ॥

(४६) प्र० जो = इस चिह्न के दोनों ओर एक ही राशि हो और उसका चिह्न भी एक सा हो जैसे $+ ५ - ५$ तो ऐसी राशि को दोनों ओर से निकाल डालो और दूसरी क्रिया को शेषन कहते हैं और हम जानते हैं कि जो तुल्य राशियों में से तुल्य राशि निकाली जाय तो शेष अवश्य तुल्य बचेगा जैसे जो $y + ४ = ७ + ४$ तो = इस चिह्न के दोनों ओर $+ ४$ है उसे निकाल डाला तो y ७ के तुल्य रह गया ॥

॥ रीति ॥

४७ प्र० समीकरण में वैसे एक पक्ष के किसी पद को दूसरे पक्ष में स्थापन करो तो उसके चिह्न को बदल दो बाजो उसका चिह्न $+$ हो तो उसके स्थान में $-$ रको और जो

— हो तो धन लिखो दूस क्रिया को पक्षात्तरानयन क
हते हैं जैसे अय + क = गय - घ, यह एक समीकर
ण है इस के दोनों पक्षों की तुल्य राशियों में से गय को
बटाया तो शेष भी तुल्य बचेगा ॥ अर्थात्

$$\text{अय} - \text{गय} + \text{क} = \text{अय} - \text{गय} + \text{घ}$$

$$\therefore \text{अय} - \text{गय} + \text{क} = \text{घ} \therefore \text{गय} - \text{गय} = 0$$

इस रीति से = चिन्ह के एक ओर से गय को उसका वि
न्ध पलट कर दूसरी ओर स्थापन कर दिया ॥

फिर हर एक पक्ष में से क को बटाया तो

$$\text{अय} - \text{गय} + \text{क} - \text{क} = \text{घ} - \text{क}$$

$$\text{ना अय} - \text{गय} = \text{घ} - \text{क} \therefore \text{क} - \text{क} = 0$$

अर्थात् क पद को एक पक्ष में से दूसरे पक्ष में उसका
विन्ध पलट कर रख दिया ॥

॥ उदाहरण ॥

य + २ = ६ - य इस समीकरण के एक पक्ष में अक्षर
रक्खो और दूसरे पक्ष में अंक, तो - य के स्थान में + य
रक्खा और + २ के स्थान में - २ लिखा ॥

$$\therefore \text{य} + \text{य} = ६ - २$$

(२) ४ य - ६ = १ य - २ य + ११, इस समीकरण के
एक पक्ष में अक्षर रक्खो और दूसरे पक्ष में अङ्क ॥

$$४ य - १ य + २ य = ११ + ६$$

॥ तीसरी रीति ॥

४८ प्र० जो एक समीकरण के वल्ये क पद को एक ही
राशि से गुणा करो तो तो भी समीकरण समता नही रहैगी

क्योंकि जब हम प्रत्येक पद को एक ही राशि से गुणा करते हैं तो हर एक पद की सम्पूर्ण राशि का उस राशि से बराबर गुणा हो जाता है और इसलिये घात भी तुल्य होते हैं ॥

इस रीति से समीकरण में जो भिन्न होते हैं उनके छेद दूर हों जाते हैं और इस क्रिया को छेद गमकहते हैं ॥

जैसे $3 - 6 = \frac{4y}{3}$ इस समीकरण के प्रत्येक पद को ३ से गुणा तो $3y - 18 = 4y$ क्योंकि $3 \times \frac{4y}{3} = 4y$ ॥

$\frac{y}{3} + 4 = \frac{y}{3} + 6$ इस समीकरण में जो पद भिन्न हैं उनके छेदों को दूर करो, समीकरण के प्रत्येक पद को ३ से गुणा तो $y + 12 = \frac{y}{3} + 18$ इस समीकरण में अब एक भिन्न पद रह गया इसलिये उस के प्रत्येक पद को भिन्न पद के हर ३ से गुणा तो $3y + 36 = y + 54$ इस समीकरण में अब कोई पद भिन्न नहीं रहा ॥

ऐसे ही जो दो से अधिक भिन्न पद हों तो उन के छेद कम से दूर हो सकते हैं ॥

परन्तु जो भिन्नों के हर बड़े न हों तो उन सब के घात से समीकरण के प्रत्येक पद को गुणा करो ॥

जैसे $\frac{y}{2} + 4 = \frac{y}{3} + 6$ यह जो समीकरण लिखा है इस के प्रत्येक पद को 2×3 या ६ से एक बार ही गुणा किया तो

$3y + 24 = 2y + 36$ क्योंकि $6 \times \frac{y}{2} = 3y$ और

$6 \times 4 = 24$ ऐसे ही जो $\frac{y}{2} - \frac{2y}{3} + \frac{y}{4} = 6$

समीकरण है उसके प्रत्येक पद को $2 \times 3 \times 4$ या २४ से गुणा तो $12y - 20y + 6y = 144$ क्योंकि $24 \times \frac{y}{2} = 12y$ ॥

$$१० \times \frac{३५}{१} = २०५ \text{ औ } १० \times \frac{५}{१} = ५० ॥$$

परंतु जो प्रत्येक भिन्न पदों के दूरों के घात से गुणा करने के स्थान में उनके लघु समावर्त्य अर्थात् उस छोटी संख्या से जिसमें प्रत्येक दूर का निःशेष भाग लग जाय गुणा किया जाय तो सद्ज पड़ेगा ॥

$$\text{जैसे } \frac{५}{१} - \frac{५}{४} + \frac{५}{८} = १ \text{ इसमें दूरों का घात ६४ है ॥}$$

परंतु उन कालघु समावर्त्य ∞ हैं इसलिये छेद गणके ली समीकरण के प्रत्येक पद को ∞ से गुणा ॥ तो

$$\therefore \infty \times \frac{५}{१} = ४५, \infty \times \frac{५}{४} = २५, \infty \times \frac{५}{८} = ५ ॥$$

$$\therefore ४५ - २५ + ५ = २५ \text{ इस समीकरण में अब हर दूर हो गये ॥}$$

॥ चौथी रीति ॥

४६ ३० जो समीकरण के प्रत्येक प्रत्येक पद में किसी राशिका भाग दिया जाय तो भी समीकरण की समता बनी रहैगी ॥

क्योंकि जब हम समीकरण के दोनों पक्षों की तुल्य संपूर्ण राशियों के प्रत्येक पद में एक राशिका भाग देते हैं तो उन संपूर्ण राशियों में उस राशिका भाग लग जाता है और दूसरा गुणलब्धितुल्य होती है ॥

$$\text{जैसे } ४५ - २५ = १५ \text{ इस समीकरण के प्रत्येक पद में २ का भाग दिया तो } २५ - ५ = ८$$

$$\text{ऐसे ही जो } ७५ = २८ \text{ इस समीकरण के प्रत्येक पद में ७ का भाग दिया तो } \frac{७५}{७} = \frac{२८}{७} \text{ वा } ५ = ४ ॥$$

$$\text{अथ } = \text{ क इस समीकरण के प्रत्येक पद में अ का भाग दिया तो } \frac{अ५}{अ} = \frac{क}{अ} \text{ वा } ५ = क ॥$$

जब एक वर्ण समीकरण में अव्यक्त राशिका एक घात हो जैसे य, और बड़ा घात न हो जैसे य^२, य^३ आदि तो ऊपर जो ४ रीति लिखी हैं उन से एक घात

एक वर्ण समीकरण में अयुक्त राशिका मान निकल आता है

॥ ५० प्र० एक घात एक वर्ण समीकरण में ॥

अयुक्त राशिके जाने की

रीति

(१) जो समीकरण में भिन्न पद हों और उनमें अयुक्त राशि मिली हों तो उनके छेदों को तीसरी रीति से दूर करना ॥

(२) जो समीकरण में कोई राशि कोष्ट वा मंडखल से घिरी हो तो कोष्ट को ४४ प्रक्रम के अनुसार मिटा देना ॥

(३) दूसरी रीति से समीकरण के जिन पदों में अयुक्त राशि मिली हों उनको = चिन्ह के एक ओर ले आओ और जिन पदों में अयुक्त राशि न हो उनको = दूसरे चिन्ह के दूसरी ओर रखो ॥

(४) जो सजातीय राशि हों तो उनका योग वा अन्तर जोड़ने वा घटाने की रीति से कर लो ऐसी क्रिया करने से अयुक्त राशिका केवल एक पद रह जायगा ॥

(५) उसके गुणका समीकरण के प्रत्येक पद में भाग देने से अयुक्त राशिका मान निकल आवेगा ॥

और जो समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही राशि हों और उनके चिन्ह भी एक से हों तो उनको पहिली रीति के अनुसार मिटा दो व जो समीकरण के प्रत्येक पद में किसी एक राशिका निरर्थक भाग लग जाय तो भाग दे के साब्यि ले लो ॥

॥उदाहरण॥

(१) $२य - ३ = \frac{य}{२} + ६$ इस समीकरण में य का मान बताओ ॥

$\frac{य}{२}$ यह भिन्न है इसलिये समीकरण में कोई भिन्न रूप पद न रखने के लिये प्रत्येक पद को २ से गुणा ॥ तो

$$४य - ६ = य + १२ \therefore २ \times \frac{य}{२} = य$$

पक्षान्तरानयन से

$$४य - य = १२ + ६$$

योग करने से

$$३य = १८$$

३ का भाग देने से

$य = \frac{१८}{३} = ६$ यही य अथवा शशिका मान है इसकी सत्यता दिखाने के लिये इस समीकरण में य के स्थान में ६ रखा ॥ तो

$२ \times ६ - ३ = \frac{६}{२} + ६$ वा $१२ - ३ = ३ + ६$ वा $९ = ९$ इससे जाभा जाता है कि जो य ६ के तुल्य हो तो समीकरण भी सत्य है ॥

(२) $\frac{य}{२} - ५ = \frac{य}{३} - ३$ तो य का मान बताओ ॥

$\frac{य}{२}$ और $\frac{य}{३}$ ये दो भिन्न हैं इसलिये समीकरण में भिन्न रूप पद न रखने के लिये तीसरी रीति से २×३ या ६ से समीकरण के प्रत्येक पद को गुणा तो

$$३य - ३० = २य - १८ \therefore ६ \times \frac{य}{२} = ३य \text{ और } ६ \times \frac{य}{३} = २य$$

पक्षान्तरानयन से $३य = ३० - १८$

योग करने से $y = १२ \div २y - २y = १y$ वा y

४ का १२ भाग शुद्ध है क्योंकि $\frac{१२}{२} - ५ = ६ - ५ = १$
और $\frac{१२}{२} - ३ = ६ - ३ = ३$ ॥

(३) $\frac{y-६}{२} + ६ = \frac{५y-६}{२}$, तो y का मान बताओ

२ से गुणा किया तो $y-६ + १२ = ५y-६$

— ६ मिटा दिया तो $y + १२ = ५y$

पक्षांतरानयन से $१२ = ५y - y$

योग करने से $१२ = ४y$

४ का भाग देने से $३ = y$ वा $y = ३$

(४) $\frac{y}{२} - \frac{५y}{२} - \frac{४}{२} = \frac{४y}{२} - ३$ तो y का मान बताओ ॥

$\times २$ वा ६ से गुणा किया तो $३y - १०y - ८ = ८y - ६$

पक्षांतरानयन से $३y - १०y - ८y = ८ - ६$

योग करने से $- १५y = - २$

— १५ का भाग देने से $y = \frac{-२}{-१५} = \frac{२}{१५}$

(५) $\frac{y}{३} - \frac{y}{२} + \frac{y}{५} = \frac{१}{२}$ तो y का मान निकालो

$२ \times ३ \times ५$ वा ३० से गुणा किया तो $\therefore १० \times \frac{y}{३} = १०y$

$१० \times \frac{y}{२} = १५y$, $१० \times \frac{y}{५} = २y$ और $१० \times \frac{१}{२} = ५$

$\therefore १०y - १५y + २y = ५$

योग करने से $y = १५$

$$(६) \frac{४य}{३} - \frac{२य}{१०} + \frac{य}{६} = १६ \text{ तो य का मान बताओ}$$

१ १० और ६ इनका लघुतम समावर्त्य १० हैं ॥

इसलिये हरों के दूर करनेके लिये समीकरण के प्रत्येक पदको १० से गुणा ॥ तो

$$\therefore ३० \times \frac{४य}{३} = १० \times ४य = ४०य$$

$$१० \times \left(-\frac{२य}{१०} \right) = -६य, ३० \times \frac{य}{६} = ५य \text{ और } १० \times १६ = १६०$$

$$\therefore ४०य - ६य + ५य = १६०$$

योग करने से

$$३६य = १६०$$

३६ का भाग देने से

$$य = \frac{१६०}{३६} = ३०$$

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

नीचे जो समीकरण लिखे हैं उनमें य का मान बताओ ॥

$$(१) ६य - १० = ५य - ४ ॥$$

$$(२) ११य + १ = ८य + ५ ॥$$

$$(३) ३य + ३० = २ + ३६ ॥$$

$$(४) ४य - २य = २४ - य ॥$$

$$(५) ७य - ११ + ५ = ८य - ८ ॥$$

$$(६) १५ - २य + ६ = ३य + १ ॥$$

$$(७) १य - ६ = १२ - ४य - ४ ॥$$

$$(८) १२ - ८य = १५ - ३य - ८ ॥$$

$$(९) १२१ = १४य + १ - ३य + १० ॥$$

$$(१०) ५०० = ४०य + १२ + ३२य - ८ ॥$$

$$(११) ७य - २य + ५ = १३य - ४य - १५ ॥$$

$$(१२) १२य - ६य + ४य = ३य + ८४ ॥$$

$$(१३) २य + \frac{१}{२} = ३य - \frac{१}{२} ॥$$

$$(१४) १५य - ३\frac{१}{२} = ३\frac{१}{२} + य ॥$$

$$(१५) य + \frac{य}{२} = ६ ॥$$

$$(१६) २य - \frac{य}{२} = १८ ॥$$

$$(१७) ३य + \frac{य}{२} = ४य - ६ ॥$$

$$(१८) \frac{४य}{२} + \frac{३}{२} = य + ३ ॥$$

$$(१९) \frac{३य}{५} - \frac{य}{५} = य - ६ ॥$$

$$(२०) \frac{य}{२} + \frac{य}{६} = १५ ॥$$

$$(२१) \frac{य}{५} - \frac{य}{१०} = \frac{१}{२} ॥$$

$$(२२) य - \frac{य}{२} + \frac{य}{३} - \frac{३}{२} = ३\frac{१}{२} ॥$$

$$(२३) \frac{१य}{७} + \frac{य}{६} - \frac{१}{६} = य - ४ ॥$$

$$(२४) \frac{३य}{७} - १ = \frac{य}{५} + \frac{३}{५} ॥$$

$$(२५) \frac{य}{२} - \frac{य}{३} - \frac{य}{४} + \frac{४}{३} = \frac{३}{४} ॥$$

$$(२६) \frac{१य}{२} - \frac{२य}{३} + \frac{१}{२} = \frac{य}{६} + ६\frac{५}{६} ॥$$

$$(२७) \frac{य}{५} + \frac{य}{४} + \frac{य}{३} - \frac{य}{२} = १७ ॥$$

$$(२८) य - \frac{य}{६} - \frac{य}{६} - \frac{य}{७} = \frac{य}{२} + ६ ॥$$

$$(२९) \frac{१य}{१४} - \frac{२य}{२२} + \frac{१}{२} = \frac{य}{४} - ४\frac{१}{४} ॥$$

$$(३०) \frac{३य}{७} - \frac{य}{४} - \frac{य}{६} = \frac{५}{२१} - \frac{३}{२८} ॥$$

$$(३१) २य - \frac{२य}{५} - १\frac{१}{५} - \frac{४य}{११} = \frac{८य}{७} - १\frac{६}{२२} ॥$$

$$(३२) \frac{य}{८} + \frac{३य}{५} = \frac{७य}{१५} - \frac{य}{६} + \frac{३}{२०} ॥$$

$$(३३) \frac{७य}{८} - \frac{३य}{७} + १\frac{१}{८} = \frac{६य}{४} + \frac{६य}{१४} - २०\frac{३५}{२८} ॥$$

$$(३४) \frac{३य}{१६} + \frac{७य}{१५} - \frac{७य}{२०} = २\frac{६}{६०} - \frac{३}{१६} ॥$$

$$(३५) \frac{१४य}{३} - \frac{८य}{५} = १०\frac{१}{३} + \frac{१य}{१३} - १\frac{१}{५} ॥$$

$$(३६) \frac{य}{४} - ४\frac{१}{२} + \frac{य}{५\frac{१}{२}} + \frac{य}{२} = \frac{१६४}{५\frac{१}{२}} ॥$$

५१ प्र० जो समीकरण में कोष्ठ का शृंखल आवें तो वे

४४ प्रक्रम की रीति में से दूर हो सकते हैं ॥

॥ उदाहरण ॥

(१) $२(य + ५) + ३(२य - ७) = २९$ तो य का मान बताओ ॥

पहिले कोष्ठ का यह अर्थ है कि $य + ५$, २ गुणा है और दूसरे कोष्ठ से मालूम होता है कि ३ गुणा $२य - ७$ को जोड़ना है इसलिये गुणा करने के पीछे कोष्ठों को मिटा दिया ॥ तो

$$\therefore २(य + ५) = २य + १० \text{ और } ३(२य - ७) = ६य - २१ ॥$$

$$\therefore २य + १० + ६य - २१ = २९ ॥$$

पञ्चाक्षरानयन से $२य + ६य = ११ + ११ - १०$

योग करने से $८य = १२$

८ का भाग देने से $य = \frac{१२}{८} = १.५$ ॥

(२) $२(य + ५) - ३(१य - ७) = १५$ तो य का मान निकालो

$\therefore २(य + ५) = २य + १०$ और $३(१य - ७) = ३य - २१$ ॥

$\therefore २य + १० - ३य - २१ = १५$

वा ४४ प्रक्रम से $२य + १० - ३य + २१ = १५$ ॥

पञ्चाक्षरानयन से $२य - ६य = १५ - १० - ११$

योग करने से $-४य = -१६$ ॥

-४ का भाग देने से $य = \frac{-१६}{-४} = ४$

(३) $५ - \frac{य + ४}{११} = य - १५$ का मान कहो ॥

यह तो हम लिख ही चुके हैं कि जो रेखा भिन्न के अंश और हर के बीच में खिंची रहती है वह दोनों अंश और हर का संखल होती है समीकरण के प्रत्येक पद को ११ से गुणा करो ॥

$५५ - (य + ४) = ११य - (११ तो ४४ प्रक्रम से$

वा $५५ - य - ४ = ११य - ४४$

पञ्चाक्षरानयन से $५५ - ४ + ४४ = ११य + य$

योग करने से $८४ = १२य$

१२ का भाग देने से $य = \frac{८४}{१२} = ७$

(४) $य + \frac{३य - ५}{२} = १२ - \frac{३य - ४}{३}$ तो य का मान बताओ ॥

छेद गम के लिये प्रत्येक पद को २×३ या ६ से गुणा किया जाये

$$६५ + १(१५ - ५) = ७२ - २(१५ - ४)$$

$$\text{वा } ६५ + (८५ - १५) = ७२ - (४५ - ८)$$

$$४४ \text{ प्रक्रम से } ६५ + ८५ - १५ = ७२ - ४५ + ८$$

$$\text{पक्षान्तरानयन से } ६५ + ८५ + ४५ = ७२ + ८ + १५$$

$$\text{योग करने से } १९५ = ८५$$

$$१९५ \text{ का भाग देने से } ५ = \frac{८५}{१९} = ५ \parallel$$

$$(५) \frac{८ - ४५}{८} + \frac{१२ + ८५}{१६} = \frac{१ - ३५}{१०} - \frac{१८ + ८५}{४२०} \text{ तो}$$

य का मान बताओ, हरों का लघुतम समापत्त्य ८० है

दसलिये प्रत्येक पद को ८० से गुणा किया तो,

$$१०(८ - ४५) + ५(१२ + ८५) = ८(१ - ३५) - ४$$

$$(२८ + ८५) \text{ वा } (८० - ४०५) + ६० + ४५५ = ८ =$$

$$२४५ - ११६ - ३२५$$

$$\text{पक्षान्तरानयन से } २४५ + ३२५ - ४०५ + ४५५ = ८ - ११६ - ६० - ८५$$

$$\text{योग करने से } ३४५ = -२४८$$

$$३४५ \text{ का भाग देने से } ५ = \frac{-२४८}{३१} = -८$$

$$(६) \frac{१}{२४} (३५ + \frac{३}{२}) - \frac{१}{७} (४५ - ६\frac{३}{२}) = \frac{१}{२} (५५ - ६)$$

तो य का मान बताओ, १४ से गुणा करने से $३५ + \frac{३}{२} - २$

$$(४५ - ६\frac{३}{२}) = ७(५५ - ६) \text{ वा } ३५ + \frac{३}{२} -$$

$$(८५ - १२\frac{३}{२}) = १५५ - ४२ \parallel$$

$$\therefore ३५ + \frac{३}{२} - ८५ + १२\frac{३}{२} = १५५ - ४२$$

$$\text{पक्षान्तरानयन से } ४२ + \frac{३}{२} + १२ + \frac{४५}{२} = १५५ + ८५ - ३५$$

$$\text{योग करने से } ५६ = ४०५$$

$$\therefore ४०५ \text{ का भाग देने से } ५ = \frac{५६}{४०} = १\frac{३}{५}$$

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

नीचे जो समीकरण लिखे हैं उनमें यका मान बताओ

$$(१) ६य + ३(११ - य) = ३(१६ - य) ॥$$

$$(२) ३य + १ + २(य + २) = ३२ ॥$$

$$(३) ३य - २(५य + ४) = २(४य - ६) ॥$$

$$(४) ५(२य - २) - ३(२य + १) = ३७ ॥$$

$$(५) ६(३ - २य) = २४ - ४(४य - ५) ॥$$

$$(६) ४५ - ४(य - २) = ५(य + ३) ॥$$

$$(७) ७य = ८ - \frac{१ - ६य}{२} ॥$$

$$(८) \frac{३य}{७} + ४ = य - \frac{य - २}{६} ॥$$

$$(९) \frac{३य + १}{२} - \frac{य - २}{६} = \frac{३य}{३} + १० ॥$$

$$(१०) \frac{१}{४}(य + ६) - \frac{१}{१२}(१६ - ३य) = ४ \frac{१}{६}$$

$$(११) \frac{१}{६}(३य + ३) + \frac{१}{१५}(७य - ४) - \frac{१}{२४}(७य + ७) = २$$

$$(१२) १०(य + \frac{१}{३}) - ६य(\frac{१}{६} - \frac{१}{३}) = २३ ॥$$

(५३१०) बहुधा समीकरण में भिन्न पदों के हर में व्यक्त राशि रहती है परन्तु उसका मान पूर्वरीति योसे मिल जाता है प्रथम जो हर जिनमें व्यक्त राशि हों वे केवल एक पद के हों ॥ जैसे

॥ उदाहरण ॥

$$(१) \frac{६}{३य} - ४ = ५ \text{ तो यका मान बताओ ॥}$$

$$\text{पक्षांतरानयनसे } \frac{६}{३य} = ५ + ४$$

योग करने से $\frac{६}{२५} = ८$

२५ से गुणा किया तो $८ = १९५$

१५ का भाग देने से $५ = \frac{८}{१५} = \frac{१}{२}$

(१) $\frac{१}{५} + \frac{४}{५} = \frac{१}{५} + \frac{४}{५} - \frac{३}{५}$ तो ५ का मान बताओ

क्योंकि चारों भिन्नों में ५ समखंड है ॥

योग करने से $\frac{६}{५} = \frac{५}{५} - \frac{१}{५}$

पक्षांतरानयन से $\frac{६}{५} - \frac{६}{५} = \frac{१}{६}$

योग करने से $\frac{३}{५} = \frac{३}{६}$
 $\therefore ५ = १७$

दूसरे समीकरण के जिन पदों के हर में अमल राशि हों वे दो वा अधिक वा पद के हों तो प्रथम जो एक पद के हर हों उन्हें दूर करो फिर शोधन पक्षांतरानयन और योग करने से समीकरण में थोड़े पद रह जायें तब कम से बहु पदों के हरों को दूर करो और जो एक पद के हर न हों तो बहु पद के हरों को एक एक लेकर दूर करो ॥

॥उदाहरण॥

$\frac{६५ + ११}{१५} - \frac{१५ + ५}{५५ - २५} = \frac{१५}{५}$ तो ५ का मान बताओ

प्रथम एक पद के हरों को दूर करने के लिये १५ से गुणा किया ॥

$६५ + ११ - \frac{१५(१५ + ५)}{५५ - २५} = ६५ \therefore १५ \times \frac{१५}{५} = ६५$

अं श और हर दोनों में ५ का भाग देने से $१३ = \frac{१(३५+५)}{५-५}$

५-५ से गुणा करने से $१३५ - ६५ = ८५ + १५$

पक्षांतरानयन से $१३५ - ६५ = ६५ + १५$

योग करने से $४५ = ८०$

४ का भाग देने से $५ = \frac{८०}{४} = २०$

(२) $\frac{१०५+७}{१८} - \frac{१२५+३}{११५-८} = \frac{५५-४}{८}$ तो यका मा
न बताओ ॥

१८ और ८ हरों को दूर करने के लिये १८ से गुणा किया तो

$$१०५ + ७ - \frac{२१६५ + ३६}{११५ - ८} = १०५ - ८$$

सोधन और पक्षांतरानयन से $७ + ८ = \frac{२१६५ + ३६}{११५ - ८}$

योग करने से $३५ = \frac{२१६५ + ३६}{११५ - ८}$

११५ - ८ से गुणा किया $२५(११५ - ८) = २१६५ + ३६$

$$\text{वा } २७५५ - २०० = २१६५ + ३६$$

पक्षांतरानयन से $२७५५ - २१६५ = २०० + ३६$

योग करने से $५९५ = २३६$

५९ का भाग देने से $५ = \frac{२३६}{५९} = ४$

(३) $\frac{१}{५-२} - \frac{३}{५+७} = \frac{७(५-७)}{७(५-७)}$ इसमें यका मान ब
ताओ ॥

७(५-२) से गुणा करने से $७ - \frac{१४(५-७)}{५+७} = १$

$$७(५-२) \times \frac{१}{५-२} = ७$$

पक्षांतरानयन से और योग करने से $६ = \frac{१४(५-७)}{५+७}$

५+७ से गुणा किया तो $६५ + ४२ = १४५ - १४$

पक्षांतरानयन से $१४५ - ६५ = ४२ + १४$

योग करने से $८ = ५६$

८ का भाग देने से $y = \frac{५६}{८} = ७$

$$(३) \frac{२(३-४y)}{२-y} + \frac{३}{२-y} = ८ \text{ यका मान बताओ}$$

$$३-y \text{ से गुणा किया तो } २(३-४y) + \frac{६-३y}{२-y} = २४-८y$$

$$\text{वा } ६-८y + \frac{६-३y}{२-y} = २४-८y$$

$$\text{शोधन और पक्षांतरानयन से } \frac{६-३y}{२-y} = २४-६ = १८$$

$$१-y \text{ से गुणा किया तो } ६-३y = १८-१८y$$

$$\text{पक्षांतरानयन से } १८y - ३y = १८ - ६$$

$$\text{योग करने से } १५y = १२$$

$$१५ का भाग देने से $y = \frac{१२}{१५} = \frac{४}{५} \parallel$$$

$$(५) \frac{१५+३y}{y+१} + \frac{३०+४y}{y+२} = ७ + \frac{३४}{y+१} \text{ इसमें}$$

y का मान बताओ ॥

$$y+१ \text{ से गुणा किया तो } १५+३y + \frac{३०y+४y^2+३०+४y}{y+२} = ७y+७+२४$$

$$\text{पक्षांतरानयन और योग करने से } \frac{३y+४y^2+३०}{y+२} = ४y+१६$$

$$१६y+२ \text{ से गुणा किया तो } ३४y+४y^2+३० = ४y^2+१६y+१२y+४८$$

$$\text{शोधन और पक्षांतरानयन से } ३४y - १६y - १२y = ४८ - ३०$$

$$\text{योग करने से } ६y = १८$$

$$६ का भाग देने से $y = \frac{१८}{६} = ३$$$

॥ अभ्यासके लिये उदाहरण ॥

॥ नीचे जो समीकरण लिखे हैं उनमें y का मान निकालो ॥

$$(1) 2y + 3y = 12 \quad ||$$

$$(2) \frac{4}{5}y + \frac{3}{4}y = 81 \quad ||$$

$$(3) \frac{a}{kx} + \frac{k}{ax} = a + k \quad ||$$

$$(4) \frac{5y-8}{22} + \frac{y-2}{4y-5} = \frac{2y}{9} \quad ||$$

$$(5) \frac{5y-15}{25} = \frac{12-8y}{8-4y} + \frac{y-8}{8} \quad ||$$

$$(6) \frac{3y+15}{22} - \frac{y+5}{4y-11} = \frac{y}{2} \quad ||$$

$$(7) \frac{y-3}{k+6} + \frac{1}{2(y+3)} = \frac{2y-14}{2y-5} \quad ||$$

$$(8) \frac{1}{y} - \frac{1}{y+1} = \frac{3}{4(y+1)} \quad ||$$

$$(9) \frac{10}{5y+10} - \frac{10}{2y-10} = \frac{1}{2-2y} \quad ||$$

$$(10) \frac{5y+5}{2y+1} - \frac{5y+15}{y+12} - 1 = 0 \quad ||$$

५१ प्र० समीकरण में जो बड़े अंक बहुत हों तो उनको इस रीति से लिखो कि प्रथम अंक जिनके एक से चिन्ह हों वे एक दूसरे को नीचे रखें ॥

॥ उदाहरण ॥

$$(1) 30y - 82y + 82 + 250 = 300 - 14y \\ = 60y + 50 + 14y$$

$$\begin{array}{r|l|l|l}
 \text{पक्षांतरानयनसे } ७०५ & - ४२४ & = २०० & - ५६ \\
 ३५५ & - ५६५ & ८० & - ४३ \\
 ६०५ & & & - ३८०
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{योग करनेसे } १६५ \\
 - ८८ \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 y = ७८० \\
 - १७८
 \end{array}$$

$$802 = 802$$

$$\therefore y = \frac{802}{86} = 9$$

$$(२) \frac{८५ - १३}{४} \quad \frac{१४८ - ८५}{१४} = ७y + ८$$

$$१५ + १ \quad \text{इसमें } y \text{ का मान बताओ ॥}$$

७
 हरे का ५६ लघुतम समापवर्त्य है इस कारण ५६ से गुणा किया तो

$$\begin{array}{r}
 १२६y - १८२ - ८८८ - ३५५ = ४८५y + ६३ - २४y + ८
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{वा } १२६y - १८२ - ८८८ + ३६५ = ४८५y + ६३ - २४y - ८
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l|l|l}
 \text{पक्षांतरानयनसे } १२६ & & & ६३ \\
 ३६ & y - ४८५y = १८२ & & ८८८ \\
 १४ & & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{योग करनेसे } १८८ \\
 - ४८ \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 y = १२३३ \\
 - ८
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 १२३३y = १२३३ \\
 \therefore y = \frac{१२३३}{१००} = १२
 \end{array}$$

$$(१) २०९(५-१) + २५(३५+१) + २२(५५+१) = ४५$$

$$(५+१०) + २९(५+११) - ३५ इसमें यका मानवता ल्यो ॥$$

$$उत्तर य = २ \frac{१}{२} ॥$$

॥ प्रश्न ॥

जिनका उत्तर एक घात एक वर्ण समीकरण के पृथक्कर
ण से निकल आता है ॥

५४ प्र० ५१ प्रकम जो हम लिख चुके हैं उनके जानने से
बहुतेरे प्रश्न जिनके उत्तर शंक गणित से नहीं निकल स
के हैं सहज में हो जाते हैं और शङ्क गणित में जैसी री
ति लिखी होती है कि उनके अनुसार किया करने से प्र
श्न का उत्तर निकल आता है वैसी रीति बीज गणित में नहीं
लिखने और केवल अभ्यास ही से विद्यार्थी प्रश्न को समीक
रण के स्वरूप में लिख सकता है परन्तु प्रश्न को अच्छी रीति से
समझ के इतना अवश्य देख लेना चाहिये कि प्रश्न में कौन
सी राशि व्यक्त वा दृश्य है और कौन सी अव्यक्त वा दृष्ट है
फिर अव्यक्त राशि के स्थान में य लिखकर व्यक्त राशि यों
को धरो और प्रश्न से एक ऐसा समीकरण बना लो जिस
में प्रश्न की सब बातें पाई जाँय ॥

॥ प्रश्न ॥

(१) ३ लड़कों की अवस्था मिलकर २४ वर्ष की है और
उनके जन्मदिन में दो दो वर्ष का अन्तर है तो पतला ल्यो
कि हर एक लड़के की अवस्था क्या होगी ॥

अब इस प्रश्न में देखो कि व्यक्त राशि कौन सी है और
अव्यक्त कौन सी ॥

॥ व्यक्त राशि ॥

(१) तीनों लड़कों की अवस्था का योग २४ वर्ष है ॥

(२) और प्रत्येक दो लड़कों की अवस्था में १२ वर्ष का अंतर है ॥

॥ अव्यक्त राशि ॥

(१) बड़े लड़के की अवस्था बताओ ॥

(२) मझले लड़के की अवस्था बताओ ॥

(३) छोटे लड़के की अवस्था बताओ ॥

परन्तु सच पूछो तो केवल एक ही राशि अज्ञात है क्यों कि जो एक लड़के की अवस्था मालूम हो जाय तो शेष दो लड़कों की अवस्था भी मालूम हो जायगी इस कारण कल्पना करो कि छोटे लड़के की अवस्था य है ॥

तो $y + १$ मझले लड़के की अवस्था होगी ॥

और $y + ४$ बड़े लड़के की अवस्था होगी ॥

अब की एक बात का तो बीजात्मक रूप कर लिया अब दूसरी बात रद्द गर्ह है वह यह है कि तीनों लड़कों की अवस्था का योग २४ वर्ष है वा $y, y + १$ और $y + ४$ अर्थात् $३y + ५$, २४ वर्ष के तुल्य है इसका समीकरण बनाया तो $३y + ५ = २४$ इसमें y का मान बताओ ॥

पञ्चाक्षरानयन से $३y = २४ - ५ = १९$

३ का भाग देने से $y = \frac{१९}{३} = ६$

∴ छोटे लड़के की अवस्था ६ वर्ष की है ॥

मझले लड़के की अवस्था ७ वर्ष की है ॥

और बड़े लड़के की अवस्था १० वर्ष की है ॥

(२) मेरे पास जितनी मुहर हैं उनसे पाँच गुने रुपये हैं

और सर्व धन १४७ है तो बतलाओ मेरे पास कितनी मुहर हैं और कितने रुपये ॥

कल्पना करो कि य मुहर हैं
तो ५५ रुपये होंगे ॥

और मेरे पास १६ की एक २ मुहर है तो य गुणा १६ वा १६ य रुपये मुहरों के हुए ॥

∴ १६ य + ५५ = सर्व धन परंतु सर्व धन = १४७

∴ ११ य = १४७

११ का भाग देने से य = $\frac{१४७}{११} = १३$ मुहर

और ५५ = $५ \times १३ = ६५$ रुपये

(३) में १४ कोड़ी और ७ रुपये की छुंडी साठू कारे में पटाने को गया और मैंने गुमास्ते के हाथ में छुंडी देकर उससे कहा कि तू मुझे दस छुंडी के दाम में मुहर रुपये अठ्ठनी चौअनी दो अनी और एक अशी बराबर हो तो वह सुनते ही चुपका हो रहा तो बतलाओ कि उसको कितनी मुहर आदि देनी चाहिये ॥

कल्पना करो कि य दूष्ट संख्या हैं ॥

तो य मुहरों के य गुणा १६ वा १६ रुपये होंगे ॥

य रुपये के य रुपये होंगे

य अठ्ठनीयों के $\frac{५}{२}$ रुपये होंगे

य चौअनियों के $\frac{५}{४}$ रुपये होंगे

य दोअनियों के $\frac{५}{८}$ रुपये होंगे

य एकअनियों के $\frac{५}{१६}$ रुपये होंगे

औ १४ कोड़ी ७ रुपयों के २८७ रुपये होंगे
 प्रश्न के अनुसार $१६य + य + \frac{य}{२} + \frac{य}{४} + \frac{य}{८} + \frac{य}{१६} = २८७$
 १६ से गुणा करने से $२५६य + १६य + ४य + ४य + य + य = ४५८२$
 योग करने से $२८७य = ४५८२$
 २८७ का भाग देने से $य = १६$

॥ उत्तर का आलाप ॥

| | | | |
|----|--------|---|-----|
| १६ | गुहर | = | २५६ |
| १६ | रुपये | = | १६ |
| १६ | अरबपनी | = | ८ |
| १६ | चौअनी | = | ४ |
| १६ | दोअनी | = | २ |
| १६ | एकअनी | = | १ |

जोड़ २८७

(४) मेरे पास जो आम थे उनमें से मैंने तिहार्द के आम मोहन को दिये
 और छठे भाग के आम रूपा को दिये और यह सब मिलाकर
 १५ भये तो बतलाओ कि मेरे पास सब कितने आम थे ॥

कल्पना करो कि य आमों की संख्या है ॥

तो $\frac{य}{२}$ यह संख्या मोहन को जो आम दिये उन की
 दुई और $\frac{य}{६}$ यह संख्या रूपा को आमों की दुई और
 प्रश्न के अनुसार ये सब आम मिला के १५ हैं ॥

अर्थात् $\frac{य}{२} + \frac{य}{६} = १५$

६ से गुणा करने से $३य + य = ९०$

योग करने से $३य = ९०$

३० का भाग देने से $y = \frac{30}{2} = 15$ पेरे पास सब दू
तने आम थे ॥

$\therefore \frac{30}{2} = 15$ और $\frac{30}{2} = 15$ और $15 + 15 = 30$
(५) एक बाग में आम के पेड़ जामन के पेड़ों में तिगुने
समे थे परन्तु जब ४ पेड़ आम के और ४ पेड़ जामन के
काट डाले तो आम के पेड़ जामन के पेड़ों से ४ गुने हो
गये तो बतलाओ कि आम और जामन के कितने कित
ने पेड़ थे ॥

कल्पना करो कि य जामन के पेड़ों की संख्या है ॥

तो ३ य आमों के पेड़ों की संख्या होगी ॥

और य—४ यह जामन के पेड़ों की संख्या ४ पेड़
काटे पीछे रह गई

ऐसे ही ३ य—४ यह आमों के पेड़ों की संख्या ४
पेड़ काटे पीछे रह गई ॥

दूसलिये प्रश्न के अनुसार $3y - 4 = 4 (y - 4)$

$$\text{वा } 3y - 4 = 4y - 16$$

$$\text{पक्षान्तरानयन से } 16 - 4 = 4y - 3y$$

$$\text{योग करने से } 12 = y$$

दूसलिये प्रथम बाग में १२ जामन के पेड़ थे और

३ गुने ३६ वा ३६ आम के पेड़ ॥

(६) एक राजा की राजगद्दी का संवत् १०००—२ य
है और उसके पीछे दूसरे राजा की राजगद्दी का संवत्
 $1000 + \frac{1}{2} \times 2$ य है और तीसरे राजा की राजगद्दी
का संवत् $1000 + \frac{1}{2} \times 3$ य है और जो पहिले राजा
के राज्य के वर्षों में २ य जोड़ दें तो योग १०० वर्ष के स

हो जाता है तो बतलाओ कि किस किस संवत् में हर
एक राजा गद्दी पर बैठा

पहिले और दूसरे राजाओं की राज गद्दी के संवत्
तों का अन्तर निकालने से पहिले राजा के राज्य के वर्ष

$$= १८०० + \frac{१}{३} \times २५ - (१८०० - २५) =$$

$$१८०० + ५ - १८०० + २५$$

$$= ३०$$

अश्व के अनुसार $३५ + २५ = ६०$

वा $५५ = १००$

$\therefore ५ = \frac{१००}{५} = २०$ ॥

\therefore पहिले राजा की राज गद्दी का संवत् १८०० - ४० वा
१७६० है दूसरे राजा की राज गद्दी का संवत् १८००
+ २० वा १८२० है तीसरे राजा की राज गद्दी का सं
वत् १८०० + ३० वा १८३० है ॥

(७) ४२ गन्तों को ४ आदमियों में दूसरी तरफ से बाँट
दो कि पहिले आदमी को जितने गन्ते दो उन से एक अधि
क दूसरे आदमी को दो और ऐसे ही तीसरे और चौथे
मनुष्य को एक एक गन्ता अधिक दो ॥

कल्पना करो कि पहिले मनुष्य को जोग बँदिये जाय उन की य
संख्या है तो शेष तीन मनुष्यों के गन्तों की $५ + १$ ॥

$५ + २$ और $५ + ३$ ये संख्या होंगी ॥

अश्व के अनुसार $५ + ५ + १ + ५ + २ + ५ + ३ = ४१$

योग करने से $४५ + ८ = ४२$

प्रांतरा नयन से $४५ = ४२$

योग करने से $४५ = ३६$

४ का भाग देने से $y = \frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$

यह पहिले मनुष्य के गन्नों की संख्या हुई ॥

$y + 1 = 10$ यह दूसरे मनुष्य के गन्नों की संख्या हुई

$y + 2 = 11$ यह तीसरे मनुष्य के गन्नों की संख्या हुई

$y + 3 = 12$ यह चौथे मनुष्य के गन्नों की संख्या हुई

(८) एक मनुष्य ने योग लिया और उसके पास

१००० जो धन था उसमें से जितना धन उसने अपने दो लहकों को दिया उतना ही धन उसने अपनी तीन बेटियों को दिया और जितना धन बिल्कर उसके एक बेटे और बेटी को मिला उतना धन उसने अपनी स्त्री को दिया तो बतलाओ कि प्रत्येक मनुष्य को कितना कितना धन मिला ॥

कल्पना करो एक बेटे का धन y है ॥

तो तीन बेटियों का संपूर्ण धन $3y$ है ॥

∴ एक बेटे का धन

$\frac{2y}{3}$ हुआ

और स्त्री का धन $y + \frac{2y}{3} + \frac{4y}{3}$ हुआ

इसलिये प्रश्न के अनुसार $2y + 2y + \frac{4y}{3} = 1000$ रूपसे

योग करने से $4y + \frac{4y}{3} = 1000$

वा $\frac{16y}{3} = 1000$

१३ का भाग देने से $y = 187\frac{5}{8}$

संशुणा करने से $y = 187\frac{5}{8}$ यह एक लड़

के का धन हुआ ॥

$$\frac{१५}{१} = १०० \text{ यह एक बेसी का धन हुआ ॥}$$

$$\frac{५५}{१} = ५०० \text{ स्त्री का धन हुआ}$$

(८) एक कुवे में पानी बहुत दूर था उस पर दो बैर लगी एक बैर में तो दो बैल जुते और दूसरी बैर में दो भैंसे और बैल की बैर के चर्स में १ मन पानी समाता था और बैल दो घड़ी में १ चर्स पानी को खींचते और भैंसे इतने में दो चर्सते कि वे दो चर्स पानी को १ घड़ी में खींचते परंतु दोनों बैरों में पानी बराबर ही खींचता तो बतलाओ कि भैंसा की बैर के चर्स में कितना पानी समाता होगा ॥

कल्पना करो कि भैंसों के चर्स में ५ मन पानी समाता है तो भैंसे १५ मन पानी तीन घड़ी में खींचेंगे ॥

और बैल १ घड़ी में १ चर्स पानी वा ६ मन पानी खींचते हैं तो इस परिमाण से वे १ घड़ी में १ मन पानी खींचेंगे ॥

इस कारण वे १ घड़ी में ६ मन पानी खींचेंगे ॥

और १ घड़ी में दोनों चर्सों से बराबर ही पानी खींचा है
 $\therefore १५ = ६ \text{ मन पानी ॥}$

और $५ = \frac{६}{१} = ४ \frac{१}{२} \text{ मन पानी इतना पानी भैंसों के चर्स में समाता है ॥}$

(९) सीताराम और परसराम के गाँव सड़क के किनारे $४ \frac{१}{२}$ कोस के अंतर से थे, सीताराम परसराम के गाँव को चला और उसी समय परसराम सीताराम के गाँव को चला, सीताराम ऐसी कुर्ती से चलाता था कि $२ \frac{१}{२}$

कोस एक घंटे में चल जाता और परसराम तेसी शीघ्रता से चलता था कि वह २ कोस १ घंटे में पहुँच जाता तो बतलाओ कि वे दोनों मनुष्य कितनी दूर चलकर मिल जायेंगे और जो वे बराबर चलकर ठीक बीच राह में मिला चाहें तो सीताराम को परसराम से कितनी देर पीछे चलना चाहिये ॥

प्रथम कल्पना करे कि सीताराम य कोस चलकर परसराम से मिला जाय तो $\frac{4}{3}$ — य कोस परसराम चला होगा ॥

अब चैराशिक से जितना २ समय दूर एक को चलने में लगा उसे निकालते हैं ॥

| | | | | |
|-------------------|--------|-------------------|-------------------|--|
| कोस | कोस | घंटा | घंटा | $\left\{ \begin{array}{l} \text{इतना समय सीताराम} \\ \text{को य कोस चलने में लगा} \end{array} \right.$ |
| $\frac{2}{3}$ | य | :: | $1 : \frac{2}{3}$ | |
| कोस | कोस | घंटा | घंटा | $\left\{ \begin{array}{l} \text{इतना समय परसराम को} \\ \frac{4}{3} \text{ य कोस चलने में लगा} \end{array} \right.$ |
| $1 : \frac{4}{3}$ | — य :: | $1 : \frac{4}{3}$ | — य | |

और दोनों मनुष्य बराबर समय तक चले ॥

इस कारण $\frac{2}{3} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}$ इस के दोनों पक्षों को ५
 २ वा १० से गुणा किया तो $\frac{4}{3} = \frac{20}{3} - \frac{10}{3}$ य, पक्षों
 तरानयन से $\frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$

८ का भाग देने से $y = \frac{10 \frac{1}{3}}{3} = 3 \frac{1}{3}$ इतने कोस सीताराम चला और $\frac{4}{3} - 3 \frac{1}{3}$ वा २ कोस पर परसराम अपने गाँव से चलकर सीताराम को मिला और वहाँ से सीताराम का गाँव $3 \frac{1}{3}$ कोस रह गया दूसरे जो दोनों मनुष्य ठीक बीच राह में मिला चाहें तो उनको आधी राह चलने में जितना २ समय उनकी शीघ्रता के अनुसार लगे गाँव से

वैशेषिक से निकालते हैं ॥

$4\frac{1}{2}$ कोस का व्याघा $2\frac{1}{4}$ कोस है
 कोस कोस घंटा घंटा
 $2\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} :: 1\frac{1}{2} \times 2$ इतना समय
 सीताराम को $2\frac{1}{4}$ कोस चलने में लगेगा ॥

ऐसे ही २ कोस : $2\frac{1}{4}$ कोस :: १ घंटा : $2\frac{1}{4}$ इतना
 समय परसराम को $2\frac{1}{4}$ कोस चलने में लगेगा ॥
 अब देखना चाहिये कि किस मनुष्य को कितना समय
 अधिक लगेगा दूसरों को $2\frac{1}{2}$ कोस चलने में जितना
 समय दोनों मनुष्यों का लगा उनका अंतर निकाला जा
 २ जानो कि $2\frac{1}{2}$ घड़ी = १ घंटा और ६० पल = १ घड़ी

$$\frac{1\frac{1}{2}}{2} - \frac{1\frac{1}{4} \times 2}{4} = 2\frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = 2\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{5}{8} \text{ घंटा} = \frac{5}{8} \times 2\frac{1}{2} \text{ घड़ी} = \frac{5}{4} \text{ घड़ी} = \frac{5}{4} \times$$

६० पल = $1\frac{1}{4}$ पल इतना पहिले परसराम अपने
 पने गाँव से चलेगा और इतने ही समय पीछे सीताराम
 अपने गाँव से चलेगा ॥

(११) एक बनिये के पास दो भाव की पैदा हैं एक ७ आने
 पनसेरी और दूसरी ६ आने पनसेरी तो इन में से कितनी
 कितनी बेदा मिलावे जिसे ६ आने पनसेरी के
 भाव की दो आय ॥

कल्पना करो कि ७ आने के भाव की य पन सेरी में दालें
तो दूसके ७ य आने दाम होंगे और जो ६ आने के भाव की
१ पन सेरी में दालें तो एक पन सेरी के दाम ६ आने होंगे दूस
लिये दोनों भाव की (य + १) पन सेरी के दाम (७य + ६)
आने दाम हुए परन्तु हम दोनों भाव की मैदा मिला के ६ आने
८ पाई पन सेरी का भाव किया चाहते हैं दूसलिये दूस भाव
से (य + १) पन सेरी के दाम (य + १) गुणा ६ आने ८ पाई
अर्थात् (य + १) ६ $\frac{2}{3}$ आने हुए ॥ वया कि ८ पाई
= $\frac{8}{12}$ आना = $\frac{2}{3}$ आना ॥

$$\therefore 9y + 1 = (y + 1) \times 8 \frac{2}{3}$$

$$= 69 + \frac{2}{3} \times 9 + 6 \times \frac{3}{2} \therefore 6 \times \frac{3}{2} = 9 + \frac{3}{2}$$

१ सांत शनयनसे अंय-दय- $\frac{1}{2}$ ५ = २ $\frac{1}{2}$ - २

योग करने से $\frac{2}{3}y = \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 2$

$$\therefore p = 9$$

इस कारण ७ आने के भाव की २ पन सेरी में दा और ६
आने के भाव की १ पन सेरी में दा दोनों मिलाई जाय तो मिला
हुई में दा के ६ आने = पाई पन सेरी के दा म होंगे ॥

(२) एक खेत र नाज को एक आदमी ५ दिन में काट लेता है और वै से ही दूसरे खेत के नाज को एक लड़का ७ दिन में काट लेता है जो आदमी और लड़का दोनों मिल कर एक खेत के नाज को काटें तो वे कितने दिन में सब नाज का काट लेंगे ॥

कल्पना करो कि वे दोनों यदि न में काट लेंगे और धारमी

सब नाज को अकेला ५ दिन में काट लेता है ॥

इसलिये वह एक दिन में सब नाज का $\frac{1}{5}$ भाग काट लेगा ऐसी ही लड़का अकेला एक दिन में सब नाज का $\frac{1}{3}$ भाग काट लेगा इस कारण लड़का और आधमी दोनों मिल कर एक दिन में सब नाज का $(\frac{1}{5} + \frac{1}{3})$ वा $\frac{8}{15}$ भाग काट लेंगे परंतु आधमी और लड़का दोनों ५ दिन में सब नाज को काट लेंगे इसलिये वे एक दिन में सब नाज का $\frac{1}{5}$ भाग काटेंगे

$$\therefore \frac{8}{15} = \frac{1}{5} \text{ वा } y = \frac{8}{15} = 2 \frac{2}{3} \text{ दिन पही उत्तर हुआ ॥}$$

(१३) विकोरिगानाम इल्लित्तान की महारानी का जन्म २४ अगस्त सन् १८४५ को हुआ और ऐल बर्ट राजकुमार का जन्म २६ अगस्त सन् १८४५ + १ को हुआ और उसका विवाह १० फरवरी सन् १८४६ ई० को हुआ और २६ अगस्त सन् १८४८ को दोनों महारानी और राजकुमार की अवस्थाओं का योग राजकुमार की अवस्था जो विवाह के पहिले थी उससे तीन गुना मात्र म हुआ तो बतलाओ कि दोनों का किस वर्ष में जन्म हुआ ॥

पञ्चकेअनुसार उन दोनों के जन्म वर्ष $y + १$ हैं तो २६ अगस्त सन् १८४८ को ॥

१८४८ — y = महारानी की अवस्था क्योंकि जिस संवत् तक की अवस्था निकालनी हो उस संवत् में से जन्म के संवत् को घटाओ तो अंतर अवस्था के उत्पन्न होगा ॥

$$\text{और } १८४८ - (y + १) = \text{राजकुमार की अवस्था ॥}$$

और विवाह के आगे राज कुमार की अवस्था = १८३८
 — (५ + १) }

॥ दूसर लिये पञ्च के अनुसार ॥

$१८४८ - ५ + १८४८ - (५ + १) = ३१८३८ -$
 (५ + १) }

वा $१८४८ - ५ + १८४८ - ५ - १ = ५५१७ - ३५ - ३$
 प्रसांतरानयन से $३५ - ३५ = ५५७ - ३ + २ - १८४८$
 — १८४८

योग करने से $य = \frac{५५१८}{-३८८८} = १८३८$ यह मन्त्राणी
 का और $य + १ = १८३८ + १ = १८३९$ यह राजकु
 मार का जन्म वर्ष हुआ ॥

(१४) एक दौड़ में ३ ऐसी मोरी लगी हैं कि उन में से जो
 एक मोरी की राह होकर पानी आवे तो दौड़ ५ घड़ी में भर
 जाता है और जो दूसरी मोरी की राह होकर पानी आवे तो
 दौड़ ६ घड़ी में भर जाता है और जो तीसरी मोरी में होकर
 पानी आवे तो दौड़ १० घड़ी में भर जाता है बतलाओ कि
 जो एक साथ तीनों मोरियों में होकर पानी आवे तो दौड़ —
 कितनी घड़ी में भर जायगा ॥

कल्पना करो कि य, दूध घड़ी हैं ॥

पद्मिनी मोरी की राह से ५ घड़ी में सब पानी भर जाता है
 दूसर लिये एक घड़ी में उसी मोरी की राह सब पानी का $\frac{१}{५}$
 भाग दौड़ में भर जायगा और दूसरी मोरी की राह से ६ घ
 डी में सब पानी भर जाता है दूसर लिये $\frac{१}{६}$ घड़ी में उसी मोरी
 की राह सब पानी का $\frac{१}{६}$ दौड़ में भर जायगा ऐसे ही तीसरी
 मोरी की राह से १० घड़ी में सब पानी का $\frac{१}{१०}$ भाग दौड़ में भर

रजापगा॥

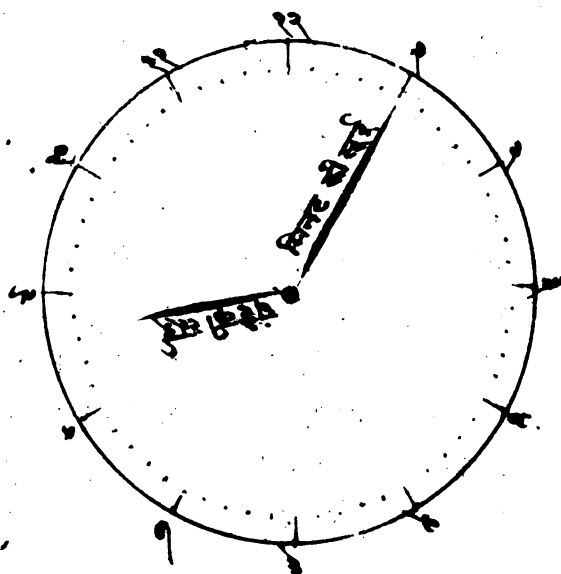
इसकारण जब तीनों मोरी एक साथ चलेंगी तौ १ घड़ी में सब पानी का $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$ भाग ढौज़ में भर जायगा परन्तु तीनों मोरियों की गहर से य घड़ी में सब पानी भर जाता है इसलिये एक घड़ी में तीनों मोरियों की गहर से सब पानी का $\frac{1}{2}$ भाग ढौज़ में भर जायगा ॥

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5+4+3}{30} \text{ या } \frac{12}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{12}{6} = 2 \frac{1}{3} \text{ घड़ी ॥}$$

(१५) एक विद्यार्थी ने अपने गुरु से प्रछा कि कैं बजे हैं गुरु ने उत्तर दिया कि १ और १ कबीर समय हैं और घंटे की सुई और मिनट की सुई एक स्थान पर हैं तो बताओ कि



नीक क्या समय है वही में वृत्त की परिधि के तुल्य ६० भाग
 होते हैं और जो सूई जितने समय में वैसे से एक भाग में चल
 जाती है उनसे समय को मिनट वा २३ पल कहते हैं और
 इस कारण उस सूई को मिनट की सूई बोलते हैं और
 वह सूई ११ के चिन्ह से चलकर साठों भागों में फिरकर
 फिर उसी ११ के चिन्ह तक आ जाती है उनसे समय को
 १ घंटा वा २३ घड़ी कहते हैं परंतु घंटा बताने के लिये ए
 क और सूई रहती है उसे घंटे की सूई बोलते हैं वह सू
 ई १२ के चिन्ह से ११ के चिन्ह तक १२ घंटे में फिरकर आ
 जाती है इसलिये परिधि के अलग १२ बड़े तुल्य भाग
 होते हैं उनमें से एक भाग में घंटे की सूई एक घंटे में फिर
 ती है और उसी परिधि के छोटे छोटे ६० भाग हैं इसलिये
 एक बड़े भाग में $\frac{६०}{१२}$ वा ५ छोटे भाग होते हैं इस हेतु
 मिनट की सूई एक घंटा वा ६० मिनट में साठों छोटे भा
 ग में घूम जाती है और घंटे की सूई एक घंटे में ५ छोटे भा
 गों में घूमती है इस कारण मिनट की सूई घंटे की सूई से
 १२ गुना जल्दी चलती है और हर घंटे में घंटे की सूई
 और मिनट की सूई एक बार मिल जाती है कारण यह है
 कि मिनट की सूई को चौगिर्ह घूमते में घंटे की सूई कहीं
 नहीं चलती अवश्य मिलती होगी और मिनट की सूई हर
 एक घंटे के अन्त में फिर फिर कर बारह के चिन्ह पर आ जा
 ती है इस कारण जब घंटे की सूई एक घंटे के चि
 न्ह पर होगी तो मिनट की सूई १२ के चिन्ह पर होगी इ
 सलिये दोनों सूई के बीच में ५ छोटे भाग होंगे ऐसे ही
 जब घंटे की सूई २ घंटे के चिन्ह पर होगी तो दोनों सूई

के बीच में १० छोटे भाग होंगे । ऐसे ही और जानो ॥

कल्पना करो कि एक बजे के पीछे मिनट की सूई ने १२ के चिन्ह से य, मिनट तक गति की है तो वह अवश्य य, छोटे भागों में गति करेगी और १२ के चिन्ह से १ घंटे के चिन्ह तक ५ छोटे भागों का अन्तर है इसलिये (५-५) इतने स्थान में घंटे की सूई एक घंटे के चिन्ह से गति करेगी और पहिले लिख ही चुके हैं कि घंटे की सूई से मिनट की सूई ११ गुने स्थान में गति करती है ॥

$$\therefore y = 12 (5-5)$$

$$= 12 \times 0 = 0$$

पक्षांतरानयन और योग करने से ११ य = ६०

$$११ का भाग देने से य = \frac{60}{11} = 5 \frac{5}{11}$$

इस कारण एक बजे के उपरान्त $5 \frac{5}{11}$ मिनट में घंटे और मिनट दोनों की सूई मिल जाती है ॥

(१६) आगरे से कोयल ३० कोस है और एक घोड़े की डाक आगरे से चल कर कोयल में ६ घंटे में आ पहुँची और जिस समय आगरे की डाक चली उस से एक घंटे पीछे कोयल की डाक चली और वह आगरे तक ७ घंटे में पहुँची तो बतलाओ कि वे दोनों डाक आगरे से कितनी दूर पर सड़क में मिली होंगी ॥

कल्पना करो कि दोनों डाक आगरे से य, कोस पर मिलती हैं तो उस मिलने के स्थान से कोयल (३०-य) कोस दूर रह जायगी आगरे की डाक ६ घंटे में ३० कोस तक जाती है इसलिये वह डाक २ घंटे में $\frac{30}{6} = 5$ कोस चलती

होगी ऐसे ही कोयल की डाक एक घंटे में $\frac{30}{9}$ कोस चलेगी ॥

॥त्रैशिक से ॥

कोस कोस घंटा घंटा

५: य:: १: $\frac{9}{4}$ इतना समय आगरे की डाक कोयल कोस चलने में लगा

कोस कोस घंटा $9(30-4)$ इतना समय कोयल
३०: $(30-4):: 9:$ की डाक को $(30-4)$

कोस चलने में लगेंगे और कोयल की डाक आगरे की डाक से १ घंटा पीछे चली है इसलिये कोयल की डाक के समय में एक घंटा और मिला दो तो योग आगरे की डाक के समय के बराबर होगा ॥

$$\therefore \frac{9}{4} = \frac{9(30-4)}{30} + 1$$

$$= \frac{9(30-4) + 30}{30}$$

$$30 \text{ का गुणा करने से } 9y = 9(30-4) + 30$$

$$= 270 - 36 + 30$$

$$\text{पक्षांतरानयन और योग करने से } 93y = 280$$

$$93 \text{ का भाग देने से } y = \frac{280}{93} = 1\frac{47}{93} \text{ कोस}$$

पर आगरे से दोनों डाक मिलीं होंगी ॥

(१७) एक पत्थर १३ मन ३२ सेर का है और दूसरा पत्थर २४ सेर का, और दहायलवा एक मजबूत लड़ा

है तो बतलाओ कि भारी पत्थर से कितनी दूर पर रोक
लगावें जिस पर लड़े को रखकर उसके छोर पर भारी प
त्थर को लटकाकर बा रखकर दूसरे सिरे पर दूसरा प
त्थर लटका दें जिसे भारी पत्थर ऊपर को उठ आवे ॥

गति विद्या में यह बात निकलती है कि सरलोत्तोलन
दण्ड के एक छोर पर जो बोल बावल लम्ब रूपी लगाया जा
य तो वह आधार के गिर्ह धूमै गा बा उसका एक छुजमी
चे को हुकेगा और दूसरा ऊपर को चढ़ जाय गा और आधा
र से जितनी दूर पर बल बाबो म लगा हो उस दूरी के बल
बाबो म के परिमाण से गुणा करो तो दत्त उस दंड के आधा
र पर धूमने की शीघ्रता का मापक होगा ॥

बा उस बोल के गति कारक वेग का परिमाण होगा ॥

सरलोत्तोलन दंड का अर्थ उठाने की सीधी लकड़ी
है जैसे तराजू की दंडी देंकली खुज आदिको गति विद्या
में उत्तोलन दंड कहेंगे आधार शब्द का अर्थ रोक बा
देक है जैसे तराजू की दंडी के बीच में जो छेद होता है
और उसमें रस्ती पिरो के कपड़ा बांध लेते हैं उस स्था
न पर जो दंडी को खंगली पर आम्भो तो दोनों ओर तुली

रहेगी इस

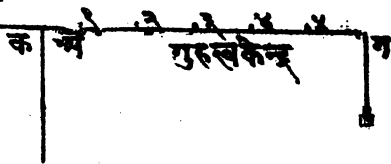
लिये स्थान

की संज्ञा आ

धारकली

है परमुद्ध

तना अब



श्रव आदि ये कि दंडी कि सीज गह से नवतीन दो अर्थात्

उसका काट अधिक हो प्रथम दस प्रश्न में लठे बाइंही का बोझ नगिनो ॥

कल्पना करो कि क ग दंड है और आधार वा टेक है और क छोर पर के भारी बोझ के उठाने के लिये ग छोर पर हल का बोझ लटकाया गया है और कल्पना करो कि क अ भुज = य हाथ तो अ ग = द-य हाथ ।

$$१२ मन ३२ सेर = ५५२ सेर$$

भारी बोझ के परिमाण ५५२ सेर को उसके आधार की य दूरी से गुणा करो तो घात दंड के एक भुज पर जो भारी बोझ का दबाव होगा उसका परिमाण होगा जैसे $५५२ \times य$ ऐसे ही दूसरे भुज पर जो हल के बोझ का दबाव होगा उसका $२४ (६-य)$ होगा और जब दंड के दोनों भुज पर समान दबाव होगा तो दंड आधार पर स्थिर रहेंगे ॥

$$दस कारण $५५२ य = २४ (६-य)$$$

$$= १४४ - २४ य$$

$$पश्चात्तरानयन से $५०६ य = १४४$$$

$$\therefore य = \frac{१४४}{५०६} = \frac{१}{३.५३} \text{ हाथ} = २ गिरह दस लिये$$

जो टेक बड़े बोझ से हो गिरह पर लगाई जाय तो दोनों बोझ दोनों और तुल्य रहेंगे दस कारण जो टेक को बड़े बोझ की ओर हटा कर रखे तो बड़ा बोझ उठ जायगा ॥

कारण यह है कि छोटे बोझ का मुकाब अधिक हो जाता है दूसरे जो लठ बाइंही ऐसी हो कि वह वगैर एक ही गो लटो और उस जगह बोझ में भी एक ही हो अर्थात् उस द-एही की लकड़ी ऐसी न हो कि उसका एक भाग दूसरे उसने ही वड़े भाग से तो ल में अधिक हो ऐसी दखी को जो ठीक बीच में

याम्भोगे तो वह उस स्थान पर ठहरै रहैगी अर्थात् दण्डी का गुरुत्व केन्द्र उसके ठीक बीच में होगा और पूर्वेक प्रश्न में कल्पना करे कि वैसे लट्टू का दण्डी का बोझ २० सेर है ॥

तो दहाय की दण्डी के बीच में ३ हाथ पर गुरुत्व केन्द्र का स्थान होगा और दूसलिये उसकी दूरी आधार से ३-य होगी ॥

गति विद्या के साध्य के अनुसार जब दोनों बोग तुल्य रहेंगे।

$$\begin{aligned} \text{तो} \quad ५५२य &= २४(६-य) + २०(३-य) \\ &= १४४ - २४य + ६० - २०य \\ &= २०४ - ४४य \end{aligned}$$

प्रस्तावित गनयन से $५६६य = २०४$

$$\begin{aligned} ५६६ का भाग देने से य &= \frac{२०४}{५६६} \text{ हाथ} = \frac{२०४ \times २}{५६६} \text{ गिरह} \\ &= \frac{२०४ \times २}{५६६} = २\frac{३}{४} - \frac{१\frac{३}{४}}{५६६} \\ &= २.७४ \text{ गिरह} \end{aligned}$$

दूसलिये जो टेक बड़े बोग से २.७४ गिरह से कम दूरी पर लगाई जाय तो बड़ा बोग उठ जायगा ॥

तीसरे जो सामान्य दंडी हो जैसे उमल कंडी आदि - तौलने की दंडी होती हैं और कल्पना करे कि दहाय की दंडी का गुरुत्व केन्द्र आधार की ओर दंडी के सिरे से $३\frac{३}{४}$ हाथ पर है तो गुरुत्व केन्द्र स्थान आधार से $३\frac{३}{४} - य$ हाथ की दूरी पर होगा और मानो कि दण्डी का बोझ २० सेर है ॥

गति विद्या के साध्य के अनुसार जब दोनों बोग तुल्य रहें

$$\begin{aligned} \text{तो तो} \quad ५५२य &= २४(६-य) + २०(३\frac{३}{४}-य) \\ &= १४४ - २४य + ७० - २०य \end{aligned}$$

$$= २१४ - ४४५$$

$$पक्षान्नगन्धनसे ५८६ य = २१४$$

$$य = \frac{२१४}{५८६} \text{ हाथ} = \frac{२१४ \times ८}{५८६} \text{ गिरह}$$

$$= \frac{२१४ \times ३}{१४६} = २ \frac{३}{४} \text{ गिरह} \frac{१८}{१४६}$$

$$= २.८७ \text{ गिरह}$$

इसलिये जो टेक बड़े बोग से २.८७ गिरह से कम दुरी पर लगाई जाय तो बड़ा बोग उठ जायगा ॥

(१८) केवल दूध का सजातीय गुरुत्व १.०३ है और पानी मिले दूध का सजातीय गुरुत्व १.०२६२५ है तो वतलाओ कि दूध में कितना पानी मिला है ॥

परिभाषा जितने स्थान में एक पदार्थ अम्बाता हो उसमें जितना जल अम्बावे उसके बोग से जै गुना पदार्थ का बोझ हो उसे उस पदार्थ का सजातीय गुरुत्व कहते हैं ॥

जैसे चाँदी का सजातीय गुरुत्व १०.५ वा १०.३ है इससे यह अर्थ है कि जितने स्थान में कुछ चाँदी अम्बाती है उसमें जितना जल अम्बाय उसके १०.३ गुने बोझ के बराबर चाँदी का बोझ होगा ॥ ऐसे ही दूध का १.०३ यह जो सजातीय गुरुत्व लिखा है उसका भी यह अर्थ है कि जितने स्थान में कुछ दूध अम्बाता हो उतने स्थान में जो जल भर दिया जाय तो उसके बोग से दूध का बोझ १.०३ गुना होगा ॥

कल्पना करो कि य सेर दूध में १ सेर पानी मिला है तो केवल य सेर दूध का बोग य सेर पानी के १.०३ के गुने बोग के बराबर होगा ॥

अर्थात्

$$\begin{aligned} \text{य सेर केवल दुध का बोझ} &= १.०३ \text{ गुना य सेर पानी का बोझ} \\ &= १.०३ \times य \times १ \text{ सेर पानी का बोझ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{य सेर} = ५ \text{ गुणा } १ \text{ सेर वा } य \times १ \text{ सेर}$$

इसलिये य सेर दुध में १ सेर पानी मिलाया तो य सेर दुध और एक सेर पानी का बोझ ॥ वा

$$(य \times १) \text{ सेर पानी मिले दुध का बोझ} = १.०३ \times य \times १ \text{ सेर}$$

पानी का बोझ

+ १ सेर पानी का बोझ

$$= (१ + १.०३ य) \times १ \text{ सेर पानी का बोझ}$$

परन्तु प्रश्न के अनुसार पानी मिले दुध का सच्चातीव गुणत्व १.०२६२५ है वा पानी मिला दुध केवल पानी से बोझ में १.०२६२५ गुना है इसलिये पानी मिले दुध (य + १) सेर का बोझ केवल पानी (य + १) सेर के बोझ से १.०२६२५ गुना होना चाहिये

$$(१) \text{ सेर पानी मिले दुध का बोझ} = १.०२६२५ \times (य + १)$$

सेर केवल पानी का बोझ

$$= १.०२६२५ \times य \times १ \text{ सेर}$$

पानी का बोझ

$$\therefore (य + १) \text{ सेर पानी} = (य + १) \text{ बार } १ \text{ सेर पानी} \parallel$$

$$= (य + १) \times १ \text{ सेर पानी} \parallel$$

और आगे लिख दीजिये कि (य + १) सेर पानी मिले दुध का बोझ = (१ + १.०३ य) × १ सेर पानी का बोझ ॥

$$\therefore (१ + १.०३ य) \times १ \text{ सेर पानी का बोझ} = १.०२६२५ \times (य + १)$$

× १ सेर एक सेर पानी का बोझ इसका भाग देने से

$$१ + १.०३ य = १.०२६२५ (य + १)$$

पश्चात्तरानयनसे $(१०३ - १०२६२५) य = १०२६२५ - १$

योगकरनेसे $००३७५ य = ००३६२५$

००३७५ का भाग देने से $य = \frac{००३६२५}{००३७५} = ७$

इससे मालूम पड़ता है कि ७ सेर दूध में १ सेर पानी मिला है
इसलिये पानी मिले दूध में अष्टमीश पानी है ॥

(१६) एक मनुष्य कानगर उंचे पर बसता था उसने कुछ दूर
पर बन्दूक छूटी वहीं बैर उजाला देखा और इसके $२६ \frac{१}{३}$ विपल
लग्ना $१० \frac{१}{३}$ सेकण्ड पीछे बन्दूक की आवाज सुनी तो मतलब यह
कि बन्दूक उस मनुष्य से कितनी दूर पर छूटी और मानो कि ऊ
जाला १ सेकेंड वा $२ \frac{१}{३}$ विपल में १६२००० मील चलता है
और शब्द १०६ फुट एक सेकेंड में पहुँचता है ॥

कल्पना करो कि मनुष्य से घड़ी पर बन्दूक छूटी उजा
ला बन्दूक से जितने सेकेंड में मनुष्य तक पहुँचा उसका परि
माण बैराशिक से निकालते हैं ॥

| | | | |
|----------|-----|--------|----------|
| मील | मील | सेकण्ड | सेकण्ड |
| १६२००० | : | य | :: १ |
| | | | १६२००० |

३×१७६० वा ५२०० फुट का १ मील होता है ॥

शब्द बन्दूक से निकल कर जितने सेकेंड में मनुष्य तक पहुँ
चा उसका परिमाण बैराशिक से निकालते हैं ॥

य मील $= ३ \times १७६० \times य$

| | | | |
|--------|-----|--------------------------|---------------------------------------|
| फुट | फुट | सेकेंड | सेकेंड |
| १०६० | : | $३ \times १७६० \times य$ | :: १ |
| | | | $\frac{३ \times १७६० \times य}{१०६०}$ |

और प्रश्न के अनुसार उजाला और शब्द के पहुँचने में
 $१० \frac{१}{३}$ सेकण्ड का अन्तर है ॥

$\therefore \frac{३ \times १७६० \times य}{१०६०} - \frac{य}{१६२०००} = १० \frac{१}{३}$

$$\text{वा } \frac{3 \times 105 \times 100000 - 100}{100 \times 100000} \times y = 10 \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{100 \times 100000 \times 10 \frac{1}{2}}{3 \times 105 \times 100000 - 100}$$

$$= \frac{110000000}{100000000} = 2 \frac{1}{2} \text{ मील ॥}$$

(२०) सोने का सजातीय गुरुत्व $19 \frac{1}{2}$ है और चाँदी का सजातीय गुरुत्व $10 \frac{1}{2}$ है और एक सुनार के पास चतुर्थांश घन फुट सोना १६० पौंड वा १३० सेर है तो बतलाओ कि वह केवल सोना ही है वा उसमें चान्दी मिली है और जो चान्दी मिली है तो कितना सोना है और कितनी चाँदी है घन फुट का अर्थ है एक फुट लंबा एक फुट चौड़ा और एक फुट गहरा और १६ औन्स वा ८ छटांक का एक पौंड वा आध सेर होता है ॥

एक घन फुट पानी में १००० औंस वा ५०० छटांक बोझ होता है और सुवर्ण पानी से $19 \frac{1}{2}$ गुना भारी होता है इस लिये १ घन फुट सोना १ घन फुट पानी के बोझ से $19 \frac{1}{2}$ गुना भारी होगा वा $19 \frac{1}{2} \times 1000$ औन्स वा १९२५० औन्स तौल में होगा और इस कारण $\frac{1}{2}$ घन फुट सोना ९६२५ औन्स वा २०० पौण्ड और $12 \frac{1}{2}$ औन्स तौल में होगा और सुनार के पास जो $\frac{1}{2}$ घन फुट सोना है वह २६० पौण्ड तौल में है इस कारण वह केवल सोना ही नहीं है ॥

१ घन फुट चान्दी एक घन फुट पानी के बाज से $10 \frac{1}{2}$ गुना होती है वा $10 \frac{1}{2} \times 1000$ औंस वा १०५०० औंस तौल में होती है इस कारण $\frac{1}{2}$ घन फुट चान्दी ५२५० औंस वा १६४ पौण्ड और १ औन्स तौल में होगी और सुनार के पास

जो $\frac{1}{8}$ घन फुट सोना है वह २६० ओंस् तौल में है इस कारण वह चान्दी से अधिक भारी है और सोने से हलका इसलिये उस सोने में चान्दी और सोना दोनों मिले हैं ॥

कल्पना करो कि १ घन फुट का $\frac{1}{8}$ भाग सुवर्ण है तो $\frac{1}{8} - \frac{1}{8}$ भाग चान्दी होगी और ऊपर लिख ली चुके हैं कि १ घन फुट सुवर्ण १८२५० ओंस् तौल में होता है इसलिये १ घन फुट का $\frac{1}{8}$ भाग सुवर्ण $\frac{१८२५०}{८}$ ओंस् तौल में होगा ऐसे ही $(\frac{1}{8} - \frac{1}{8})$ भाग चान्दी १०५०० $(\frac{1}{8} - \frac{1}{8})$ तौल में होगी परन्तु प्रश्न के अनुसार चान्दी और सोना दोनों का वोग मिलकर २६० ओंस् तौल में होना चाहिये ॥

$$\therefore \frac{१८२५०}{८} + १०५०० \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \right) = ४१६०$$

$$\frac{१८२५०}{८} + \frac{१०५००}{८} - \frac{१०५००}{८} = ४१६०$$

$$\frac{१८२५०}{८} + २६२५ - \frac{१०५००}{८} = ४१६०$$

$$य से गुणा किया तो १८२५० + २६२५ य - १०५०० = ४१६० य$$

$$पसंतरानयन और योग करने से १५३५ य = ००५०$$

$$\therefore य = \frac{००५०}{१५३५} = \frac{१०५०}{३०७} \text{ इसलिये ३०७ हर के लिये}$$

न में व्यासन्न मान जानने के लिये १०० रक्खा । तो

$$य = \frac{१०५०}{३००} = \frac{१०५}{३०} = \frac{३५}{१०} \therefore \frac{१}{य} = \frac{१०}{३५} = \frac{२}{७}$$

$$= \frac{24}{144} \text{ यह सुवर्ण का परिमाण हुआ और } \frac{1}{8} - \frac{1}{8} =$$

$$\frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{22}{24} \text{ यह चान्दी का परिमाण हुआ ॥}$$

इसलिये जो १ संपूर्ण घनफुट के १४० तुल्य स्वर्ण किये जायें तो चतुर्थांश घनफुट में २४ भाग सुवर्ण होगा और ११ भाग चान्दी क्योंकि $24 + 11 = 35 \times 8 = 280$ ॥

॥ अभ्यास के लिये उदाहरण ॥

(१) वह कौन सी संख्या है कि जो उस संपूर्ण संख्या में उसका आधा जोड़ दें तो योग २४ हो ॥

(२) वह कौन सी संख्या है कि जो उसमें उसके दो तृतीयांश जोड़ दें तो योग २० हो ॥

(३) वह संख्या कौन सी है कि जो उसके आधे और तृतीयांश में ३ का अंतर हो ॥

(४) वह कौन सी संख्या है कि उसका चतुर्थांश उसके पंचमांश से ३ के तुल्य बड़ा हो ॥

(५) एक ऐसी राशि है कि उसमें से ६ घटाकर शेष को ६ से गुणा कर घात निकाल लो और उस पूर्व राशि में से जो ४ को घटाकर शेष को ४ गुणा कर दो तो यह घात पूर्व घात के तुल्य हो जाता है तो बतलाओ कि ऐसी कौन सी राशि है ॥

(६) ४० को ऐसे खंड करो कि जो छोटे खण्ड के दशांश को बड़े खण्ड के पंचमांश में से घटावें तो शेष ५ रह जाय ॥

(७) २५ को ऐसे दो भाग करो कि एक भाग दूसरे भाग के तीन चतुर्थांश के तुल्य हो ॥

(८) दो ऐसी राशि निकालो जो बड़ी राशि में छोटी राशि

का भाग दें तो लब्धि ७ मिले और जो बड़ी राशि में से छोटी राशि को घटा दो तो भी शेष ७ ही रहे ॥

(६) २० रुपये को ४ लड़कों में दूसरीति से बाँटें कि सब से बड़े लड़के को दूसरे लड़के से ५ अधिक मिले और दूसरे लड़के को तीसरे लड़के से ५ अधिक मिले और ऐसे ही तीसरे लड़के को चौथे लड़के से ५ सिवाय मिले ॥

(७) ३३ हाथ रस्सी है उसको ऐसे चार टुकड़े करो कि दूसरा टुकड़ा पहिले टुकड़े से $1\frac{1}{2}$ हाथ बड़ा हो और तीसरा टुकड़ा दूसरे टुकड़े से $2\frac{1}{2}$ हाथ बड़ा हो और चौथा टुकड़ा तीसरे टुकड़े से $3\frac{1}{2}$ हाथ बड़ा हो ॥

(८) सरफ की दुकान पर ७ की अठनी और चौअनी भुनाने गया और मने उसे कहा कि मुझे अठनियों में चौअनियाँ दूनी दे तो बतलाओ कि वह मुझे कितनी अठअनियाँ देगा और कितनी चौअनियाँ ॥

(९) बराबर दो अनी बराबर चौअनी बराबर अठअनी और बराबर रुपये मिलकर १५ के तुल्य हैं तो बतलाओ कि दो अनी चौअनी आदि कितनी २ हैं ॥

(१०) मेरे पास जितने रुपये हैं उन से पाँच गुनी अठनियाँ हैं और सर्वधन २५ रुपये हैं तो बतलाओ कि मेरे पास कितने रुपये हैं और कितनी अठअनियाँ ॥

(११) एक लड़के की अवस्था से बाप की अवस्था चौगुनी है परन्तु तीन वर्ष पहिले पिता की अवस्था लड़के की अवस्था से सात गुनी थी तो बतलाओ कि हर एक की क्या अवस्था है ॥

(१२) एक मनुष्य के दो पुत्र हैं उन में बड़ा पुत्र छोटे पुत्र

से १ वर्ष बड़ा है और दोनों पुत्रों की अवस्थाओं का योग पिता की अवस्था के तुल्य है और जो पिता की अवस्था में बड़े पुत्र की चतुर्थीश अवस्था जोड़ें तो उसकी ८० वर्ष की अवस्था होजायगी वतलाओ कि हर एक की अवस्था क्या होगी ॥

(१६) एक पुरुष और स्त्री की अवस्था मिलकर ८० वर्ष की है और २० वर्ष पहिले स्त्री की अवस्था पुरुष की अवस्था का दो तृतीयांश थी तो वतलाओ कि हर एक की अवस्था क्या है ॥

(१७) एक ऐसा भिन्न है कि उसका हर अंश से १ के तुल्य बड़ा है और जो अंश में से १ घटा दो और हर में एक जोड़ दो तो भिन्न $\frac{1}{2}$ के तुल्य होजाता है तो वतलाओ कि पूर्व भिन्न कौनसा है ॥

(१८) एक ऐसा भिन्न है कि उसका अंश हर से २ के तुल्य छोटा है और जो अंश में से १ घटा दो और हर में अंश जोड़ दो तो भिन्न $\frac{1}{4}$ के तुल्य होजाता है तो वतलाओ कि पूर्व भिन्न कौनसा है ॥

(१९) एक विद्यार्थी से पूछा कि तू एक संख्या के आधे में ४ का भाग दे और दूसरी आधी संख्या में ६ का भाग दे और दोनों लब्धियों का योग वतला दे तो उस विद्यार्थी ने शीघ्रता से एक ही बार उत्तर लाने के लिये संपूर्ण संख्या में ५ का भाग दिया परंतु इस लब्धि से शुद्ध उत्तर २ के समान बड़ा है तो वतलाओ कि वह कौन सी संख्या है ॥

(२०) १२ बजे के उपरान्त घंटे की सुई की मिनट की सुई के समुख है तो वतलाओ कि १२ बजे कितने मिनट बतीत हुई

हैं ॥

(२१) एक मनुष्य के पास बड़ी यी उससे जब मैंने पूछा कि कैसे हैं तो उसने मेरी परीक्षा करने के लिये सस्तर दिया कि ५ और ६ बजे के बीच में समय है और घंटे की सुई और मिनट सुई एक स्थान पर हैं तो बतलाओ कि ५ घंटे कितने मिनट व्यतीत हुए होंगे ॥

(२२) एक मनुष्य को आवश्यक काम के लिये एक घोस गाँव है बड़ा भेजा परंतु उसे कुछ कदना चक्की रह गया था दूसरे लिये उसे लौटाने के अर्थ १ घड़ी पीछे से दूसरा मनुष्य भेजा पहिला मनुष्य इस परिमाण से चलता था कि वह ४ कोस ६ घड़ी में पहुँच जाता और दूसरा मनुष्य ४ कोस ६ घड़ी में पहुँच जाता तो बतलाओ कि दूसरे मनुष्य को पहिला मनुष्य गाँव से कितनी दूर पर मिलेगा ॥

(२३) एक दौड़ में तीन मोरियों की गद्द से १० पल में ८२० घन पानी भर जाता है और तीसरी मोरी में होकर जितना जल एक पल में आता है उसे १ मोरी में तो ५ मन पानी दर पल में कमती आता है और दूसरी मोरी में दर पल में १० मन पानी अधिक आता है तो बतलाओ कि दर एक मोरी की गद्द से दर पल में कितना जल दौड़ में गिरता है ॥

(२४) एक आदमी और लड़के ने १ खेत काटने को ३९ आधे काटे का लिया परंतु जब संपूर्ण काम का दो पंचमीश हो गया तब लड़का बैठ रहा और आदमी अकेले ने काम समाप्त किया और जितने दिनों में वे मिलकर काम करते उन से १ दिन अधिक लगा और लड़का आदमी से आधा काम करता दूसरे लिये लड़के को मर्द से आधी मजदूरी मिलनी तो

वतलाओ कि दोनों को क्या रेज मिलता होगा ॥

॥ १ अभ्यास के लिये परिभाषा संबंधी जो प्रश्न हैं उन के उत्तर नीचे लिखे हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| (१) | २० | (५) | १३ | (९) | ३८ | (१३) | ३५ |
| (२) | ६ | (६) | २५ | (१०) | ६२ | (१४) | ६५६ |
| (३) | ७ | (७) | ६२ | (११) | ० | (१५) | ६५ |
| (४) | ० | (८) | १० | (१२) | २ | | |

| | |
|------|--------------------------------|
| (१६) | २, २६, ६५, २६५, ५, ५५, ५५, ५५५ |
| (१७) | ५ |
| (१८) | ११ |
| (१९) | १२ |
| (२०) | ७ |
| (२१) | २० |
| (२२) | १० |
| (२३) | ८ |
| (२४) | ३ |
| (२५) | १३ |
| (२६) | १३ |
| (२७) | १४ |
| (२८) | १३ |
| (२९) | १३ |
| (३०) | १३ |

॥ २ अभ्यास के लिये परिभाषा संबंधी जो प्रश्न हैं उन के उत्तर नीचे लिखे हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------|--------|----------|--------|-------|--------|----------|
| (१) | १८ | (५) | ० | (९) | २ | (१३) | १३+१५-४५ |
| (२) | ० | (६) | ४८ | (१०) | ६ | (१४) | ४ |
| (३) | ११४ | (७) | २३ | (११) | २३ | (१५) | -२ |
| (४) | ६५० | (८) | ५+५५-६५५ | (१२) | १ | (१६) | -१ |

॥ ३ अभ्यास के लिये जो योग संबंधी उदाहरण हैं उनके

उत्तर नीचे लिखे हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-----------|--------|------------------------------------|
| (१) | २अ+२क | (१६) | २+५अ |
| (२) | २अ | (२०) | २अ+६ग |
| (३) | २अ-२क | (२४) | ३ल-२र |
| (४) | २अ | (२२) | ३अ+अक-२क |
| (५) | २अ+२ग | (२३) | ६-५य |
| (६) | १+म+न | (२४) | २अग+२कष |
| (७) | ७म-१ | (२५) | २अय-२कर |
| (८) | ४यर+४य | (२६) | २य+२अ |
| (९) | ५-२व+८ | (२७) | अ+क+ग |
| (१०) | ६अक-कग+कप | (२८) | य+यर+२+मय |
| (११) | मन+म-न+१ | | +नर |
| (१२) | ३अय+२कर | (२९) | ५यर-३अयर |
| (१३) | ५अ-५क+५ग | | -अय+य |
| (१४) | ४यर-य-४ | (३०) | $\frac{३}{२}$ अष+ $\frac{३}{२}$ कष |
| (१५) | ३व-२प+पव | | -गष+ $\frac{३}{२}$ अक-अम |
| (१६) | २प+२व | | |
| (१७) | ८अक+अग-१ | | |
| (१८) | ४य+३र | | |

॥ ४ ॥ अभ्यास के लिये व्यवकलन संबंधी ओउदाहरण
हैं उनके उत्तर नीचे लिखे हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------|--------|-------|
| (१) | अ-क+य | (३) | ५अ-२ग |
| (२) | २क-२ग | (४) | ८अ-७क |

- (५) य-र-र्ल (१३) कौ + ३ ग
 (६) अय + २ कर-२ ग (१४) २अय-२अ-२प
 (७) क ग-२ अक + २अ (१५) २अक + ३अ ग + १ग
 (८) २य (१६) २यर + अ-१
 (९) यर-५य + ५र (१७) ३अय-यर + १
 (१०) मन + ४न-४न (१८) ३अ + ३क-३ग
 (११) यर + ३नय
 (१२) ३अक ग-३अक-२

अग-१

॥ ५ अभ्यास के लिये गुणन संबंधी जो उदाहरण हैं उनको उत्तर नीचे लिखिए ॥

- | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|----------------------|----------------------|------------------------|-------|
| (१) अक यर | (१२) २अक-क यर + क यर | (१३) अक + कय + अर + यर | |
| (२) -३मनप | (१४) ६य-२य-४ | (१५) य-य-१२ | |
| (३) ३म + ३न-३प | (१६) ६य-१अय + १० | (१७) १-य | |
| (४) अयय + कयय | (१८) य-३य + २य | (१९) १-य | |
| (५) २अय + ४अकय | (२०) २अय + २कय-अय | (२१) ३य-३य + ४ | |
| (६) ४अय-२अय र | (२२) ८अय-१२कय | (२३) ८अय-१२कय | |
| (७) -३यर + २यर-६यर | (२४) ८अय-१२कय | (२५) ८अय-१२कय | |
| (८) -३न + ६न अय-६नकय | (२६) ८अय-१२कय | (२७) ८अय-१२कय | |
| (९) -४अकय + ६अगय | (२८) ८अय-१२कय | (२९) ८अय-१२कय | |
| -१० कयय | (२९) ८अय-१२कय | (३०) ८अय-१२कय | |
| (१०) १४ यर-११य | (३०) ८अय-१२कय | (३१) ८अय-१२कय | |
| (११) ४अय रल + २कय | (३१) ८अय-१२कय | (३२) ८अय-१२कय | |
| रल-२गयरल | (३२) ८अय-१२कय | (३३) ८अय-१२कय | |

- (२३) १ म + न - ४ म न - २ व न (२८) अ - १
 (२४) अ ग - अ क ग - अ के (२९) य - अ
 + क ग (३०) अ य + १
 (३१) य - २ + १ य + य - ३ र (३२) ६ य + ४ य + ४
 (३३) अ क + क य - क र - अ (३४) अ - १ य य + २ य
 र - य र + र (३५) य - १
 (३६) २ अ ग - १ अ क ग + के (३७) ४ अ य - ६ क र
 ग + २ अ य + अ क य (३८) ४ अ - ६ अ के + ६ अ
 क - क

॥ ६ अभासकेलिये भाग संबंधी जो उदाहरण हैं
 उनके उत्तर नीचे लिखे हैं

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------|--------|-------------------|--------|-----------|
| (१) | य | (१०) | अ य र | (१६) | य + १ |
| (२) | उ | (११) | - १४ न य | (१७) | ग + घ |
| (३) | उ य | (१२) | २ क य | (१८) | ३ - क |
| (४) | अ | (१३) | ३ ग - २ क य | (१९) | २ अ - ५ य |
| (५) | ३ य | (१४) | २ ग - क य | (२०) | अ + २ |
| (६) | अ | (१५) | ४ य + ३ र | (२१) | २ अ क |
| (७) | - अ र | (१६) | १ + ८ अ य - २ क ग | (२२) | ३ य - ५ |
| (८) | - अ र | (१७) | - २ अ य + ४ क + १ | (२३) | १ य - २ |
| (९) | - ३ अ | (१८) | अ - ५ क य + ६ य | (२४) | अ - क न |

- (२५) ५ अ + ३ य
 (२६) ५ य + ४ य + ३ य
 (२७) अ य - क य - अ य + अ क य + अ - अ के

$$(३१) १६ य - २४ य + ३६ य - ५४ य + ८१$$

॥७ अभ्यास के लिये सप्त महत्तमापवर्तक संबंधी जो प्रश्न हैं उनको उत्तर नीचे लिखें ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------|--------|----------|--------|-------|
| (१) | ४ | (६) | अपय | (११) | अपर |
| (२) | २५ | (७) | प्रश्नकय | (१२) | १/२ अ |
| (३) | २० | (८) | ३ अ के | (१३) | घ |
| (४) | य | (९) | ६ अ के ग | (१४) | य |
| (५) | कय | (१०) | ७ मन प | | |

॥ लघुसमापवर्त्य संबंधी प्रश्नों के उत्तर नीचे लिखें ॥

| | | | | | |
|------|-----|------|-------|------|-------|
| (१५) | १६८ | (१६) | २५२० | (१७) | २४ य |
| (१८) | २४० | (२०) | ४२५०४ | (२४) | अ क ग |
| (१९) | ५६ | (२१) | अकय | (२५) | २ य र |
| (२०) | १६८ | (२२) | अपर | (२६) | क ग घ |

॥८ अभ्यास के लिये भिन्न लघुतम रूप करने के जो उदाहरण हैं उनको उत्तर लिखते हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|------------------|--------|------------------|--------|-----------------------|
| (१) | $\frac{२अ}{३}$ | (५) | $\frac{५य}{अ}$ | (९) | $\frac{२अ+३}{क}$ |
| (२) | २ क | (६) | $\frac{१}{अकय}$ | (१०) | $\frac{२क+१}{अ}$ |
| (३) | $\frac{४कय}{१अ}$ | (७) | $\frac{न-न}{मन}$ | (११) | $\frac{२अ-३य}{२अ-२य}$ |
| (४) | $\frac{कय}{२}$ | (८) | $\frac{२य-३}{५}$ | (१२) | $\frac{न-म+प}{क-न+प}$ |

॥ ८ अभास के लिये भिन्न के जोड़ने और घटाने के उदाहरणों के उत्तर लिखते हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|-----------------------------------|-------|--|-------|
| (१) $\frac{६५}{५}$ | | (१६) $\frac{क ग य + अ ग र + अ क ल}{अ क ग}$ | |
| (२) $\frac{५ अ क}{६}$ | | (१७) $\frac{अ घ र + ग य र}{अ क ग}$ | |
| (३) $\frac{३ अ + १}{३}$ | | (१८) ० | |
| (४) $\frac{१ अ}{५}$ | | (१९) $\frac{५}{१०}$ | |
| (५) $\frac{६ य - ४}{७}$ | | (२०) $\frac{५}{८}$ | |
| (६) $\frac{१० य - ३}{११}$ | | (२१) $\frac{३}{३}$ | |
| (७) $\frac{६}{३}$ | | (२२) $\frac{५ + ५}{८}$ | |
| (८) $\frac{अ क}{५ + २ + २ य र}$ | | (२३) $\frac{५ य - २ - ३}{१०}$ | |
| (९) $\frac{क ग + २ ग + ३}{अ क ग}$ | | (२४) $\frac{४ य + १६}{अ + २}$ | |
| (१०) $\frac{१६ य - २३}{६}$ | | (२५) $\frac{३}{५}$ | |
| (११) $\frac{३४ य - २३}{१२}$ | | (२६) $\frac{२ य + ५}{५ + ३ य + २}$ | |
| (१२) $\frac{४४ य - १३}{५०}$ | | (२७) $\frac{५ य + ३५}{४२}$ | |
| (१३) $\frac{६३}{१५}$ | | (२८) $\frac{१० य - ३४}{५०}$ | |
| (१४) $\frac{६३}{१५}$ | | (२९) $\frac{अ ग य}{क + क ग य}$ | |
| | | (३०) $\frac{५ + २}{५ र + २}$ | |
| | | (३१) $\frac{१}{१ + ५ + २ य}$ | |
| | | (३२) $\frac{४ य र}{५ - २१}$ | |

॥ २० अभ्यासके लिये भिन्नके गुणाभागके जो उदाहरण हैं उनके उत्तर नीचे लिखते हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|---------------------|-------|-----------------------|-------|--------------------------|-------|
| (१) $\frac{१५}{२}$ | | (११) $\frac{५}{२}$ | | (२७) $\frac{५}{२}$ | क |
| (२) ३५ | | (१२) $\frac{३५}{२०}$ | | (२८) $\frac{५-५}{५+५}$ | |
| (३) $\frac{५५}{२}$ | | (१३) $\frac{५}{८}$ | | (२९) $\frac{१५+१}{५-२}$ | |
| (४) २५ | | (१४) $\frac{३५}{४२}$ | | (३०) $\frac{२-३५+५}{५२}$ | |
| (५) २५-२५ | | (१५) $\frac{५}{५}$ | | (३१) $\frac{२५-६५}{४-५}$ | |
| (६) २८५ | | (१६) $\frac{१-२२}{२}$ | | (३२) $\frac{४-५}{४}$ | |
| (७) ८५ | | (१७) $\frac{१+२५}{४}$ | | (३३) $\frac{१}{१-५}$ | |
| (८) ८५-१५ | | (१८) $\frac{५२}{२२}$ | | (३४) $\frac{१}{५}$ | |
| (९) ६०+४५५ | | (१९) $\frac{५२}{२२}$ | | (३५) $\frac{५-५५}{५}$ | |
| (१०) १६-१४५ | | (२०) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (११) ७२५+१५६ | | (२१) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१२) ४५-२ | | (२२) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१३) ६५+८ | | (२३) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१४) ३५-५ | | (२४) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१५) १०-५ | | (२५) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१६) $\frac{३५}{२}$ | | (२६) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१७) $\frac{३५}{२}$ | | (२७) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१८) $\frac{३५}{२}$ | | (२८) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (१९) $\frac{३५}{२}$ | | (२९) $\frac{२५}{२५}$ | | | |
| (२०) $\frac{३५}{२}$ | | (३०) $\frac{२५}{२५}$ | | | |

॥११ अभ्यास के लिये जो कोष्ठ संबंधी प्रश्न लिखे हैं
उनके उत्तर नीचे लिखे हैं॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|-----------------------|-------|--------------------|-------|--------|-------------------|
| (१) अग | | (८) अ य + क य (१६) | | | क य |
| (२) ४-य | | (९) ६-१ य | | (१७) | $\frac{२+य}{१-य}$ |
| (३) ४ य | | (१०) १-य | | | |
| (४) २अ-२क | | (११) ५अ-३ग | | (१८) | २ |
| (५) ७+५ य | | (१२) अ | | (१९) | य + य |
| (६) $\frac{३अ-२य}{२}$ | | (१३) १-य | | (२०) | ४य-य ^४ |
| (७) क | | (१४) य | | | |
| | | (१५) अ क | | | |

॥१२ अभ्यास के लिये जो एक घात एक वर्ण समीक
रण संबंधी उदाहरण लिखे हैं उनके उत्तर लिखे हैं

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
| (१) य=६ | | (११) य=५ | | (२१) य=५ | |
| (२) य=१ | | (१२) य=१२ | | (२२) य=५ | |
| (३) य=६ | | (१३) य=१ | | (२३) य=७ | |
| (४) य=८ | | (१४) य=२ | | (२४) य=७ | |
| (५) य=३ | | (१५) य=४ | | (२५) य=७ | |
| (६) य=४ | | (१६) य=१२ | | (२६) य=१४ | |
| (७) य=२ | | (१७) य=८ | | (२७) य=६० | |
| (८) य=१ | | (१८) य=७ | | (२८) य=५४ | |
| (९) य=१० | | (१९) य=१० | | (२९) य=३५ | |
| (१०) य=८ | | (२०) य=३० | | (३०) य=५ | |

- (३१) $y = 9$ (३२) $y = 8$ (३५) $y = 8$
 (३३) $y = 2$ (३४) $y = 9$ (३६) $y = 2$

॥ १३ अभ्यासके लिये कोष्ठ संबंधी समीकरण के जो
 उदाहरण लिखे हैं उनके उत्तर
 लिखते हैं

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|----------|--------|--------------------|--------|----------|
| (१) | $y = 5$ | (५) | $y = 6\frac{1}{2}$ | (९) | $y = 14$ |
| (२) | $y = 4$ | (६) | $y = 8\frac{1}{2}$ | (१०) | $y = 5$ |
| (३) | $y = 3$ | (७) | $y = 3$ | (११) | $y = 6$ |
| (४) | $y = 10$ | (८) | $y = 9$ | (१२) | $y = 1$ |

॥ १४ अभ्यासके लिये भिन्न संबंधी जो समीकरण ॥
 लिखे हैं उनके उत्तर लिखते हैं ॥

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------------------|--------|----------|--------|-------------------|
| (१) | $y = \frac{1}{2}$ | (४) | $y = 10$ | (७) | $y = 5$ |
| (२) | $y = \frac{1}{3}$ | (५) | $y = 5$ | (८) | $y = 12$ |
| (३) | $y = \frac{1}{4}$ | (६) | $y = 5$ | (९) | $y = \frac{1}{5}$ |
| | | | | (१०) | $y = 2$ |

॥ १५ अभ्यासके लिये एक घात एक वर्ण समीकरण
 संबंधी जो प्रश्न लिखे हैं उनके
 उत्तर लिखते हैं

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-------|--------|----------|
| (१) | १६ | (५) | १० |
| (२) | १२ | (६) | १० और ३० |
| (३) | १८ | (७) | १० और १४ |
| (४) | ६० | (८) | १२ और ८ |

| प्रश्न | उत्तर | प्रश्न | उत्तर |
|--------|-----------------------------|--------|------------------------------------|
| (८) | ६॥, ५॥, ४॥, ३॥ (९८) | | $\frac{1}{4}$ |
| (१०) | ५, ६, ३, ८ और १२ हाथ (१८) | | १४० |
| (११) | १० अठ्ठासी और २० चौदसी (२१) | २३ | ले मिनट १७ जे पहिले |
| (१३) | ८ | (२१) | २३ $\frac{1}{4}$ मिनट ५७ जे उपरांत |
| (१३) | ८ और ४० | (२२) | २ कोस |
| (१४) | २४ और ६ वर्ष | (२३) | २२, ७, १२ मन |
| (१५) | ३५, ३६, और ७१ | | ≡ ४ $\frac{1}{2}$ पाई |
| (१६) | ४४ और ३६ | | और = ८ $\frac{4}{5}$ पाई |
| (१७) | $\frac{8}{5}$ | | शुभं भवतु |

इति दीर्घ गणित प्रथम भागः समाप्तः



